Гибридные метаэвристические алгоритмы для решения задачи коммивояжёра

А. И. Соболев*, Е. В. Хворостухина‡

Разработан комплекс метаэвристических алгоритмов для решения задачи коммивояжёра на полных взвешенных графах: классический имитационный отжиг (SA), параллельный SA с обменом решениями и симулированный квантовый отжиг (SQA). Проведены вычислительные эксперименты на эталонных графах разной размерности и сравнительный анализ с алгоритмом LKH.

Ключевые слова: задача коммивояжёра, метаэвристики, имитационный отжиг, симулированный квантовый отжиг, LKH.

1. Введение

Задача коммивояжёра (Traveling Salesman Problem, TSP) — одна из классических NP-трудных задач комбинаторной оптимизации. Несмотря на существование точных методов (например, метода ветвей и границ, динамического программирования), для графов с большим числом вершин время работы и требования к памяти становятся критическими. Кроме того, во многих практических задачах допустимо быстрое, но приближённое решение. В таких случаях применяют метаэвристики (например, [1]). Цель данной работы — сравнительный анализ эффективности разработанных алгоритмов имитационного отжига (SA), параллельного имитационного отжига (PSA) и симулированного квантового отжига (SQA), а также алгоритма LKH применительно к задаче коммивояжёра. LKH выбран для сравнения, так как это один из самых эффективных эвристических и метаэвристических алгоритмов для решения TSP.

* *Соболев Алексей Иванович* — магистрант каф. ИКСП ИнПИТ СГТУ им. Гагарина Ю. А., e-mail: sobalex03@mail.ru.

Sobolev Alexey Ivanovich — Master's student, SSTU, Dep. of Information and Communication Systems and Software Engineering.

‡ *Хворостухина Екатерина Владимировна* — канд. физ.-мат. наук, доцент каф. ИКСП ИнПИТ СГТУ им. Гагарина Ю. А.; доцент каф. геометрии мех.-мат. ф-та СГУ, e-mail: katyanew2007@rambler.ru, ORCID: 0000-0002-2775-5732.

Khvorostukhina Ekaterina Vladimirovna — PHD, Associate professor, SSTU, Dep. of Inform. and Commun. Systems and Software Engineering; SSU, Dep. of Geometry.

Опубликовано на условиях лицензии CC-BY 4.0
Published under CC-BY 4.0

2. Алгоритмы SA, PSA и SQA для TSP

В рамках предыдущего исследования [2] были разработаны гибридные алгоритмы SA, PSA, SQA для решения задачи нахождения кратчайшего пути, проведены эксперименты и сравнительный анализ. Однако эта задача и задача коммивояжёра имеют принципиальные различия, что делает прямое перенесение полученных ранее результатов нетривиальным. В TSP решение — это путь в графе, то есть циклическая перестановка всех n вершин графа. Будем кодировать путь списком $(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_n)$, где π_i — номер вершины, посещаемой на i-м шаге, при этом подразумевается, что после π_n коммивояжёр возвращается в π_1. Такое представление гарантирует, что каждая вершина посещена ровно один раз. Для генерации соседних решений (окрестности) используются различные операторы модификации маршрута (в скобках указано, в каких алгоритмах применяется соответствующий оператор):

– 2-opt (SA, PSA, SQA) – классический оператор для TSP, заменяющий два ребра (a, b) и (c, d) на (a, c) и (b, d) с инверсией промежуточного участка. Устраняет самопересечения ребер при сложности оценки изменения длины $O(1)$, благодаря чему может применяться массово.

– Or-opt (SA, PSA, SQA) – оператор, перемещающий цепочку из l последовательных вершин ($l \in \{1, 2, 3\}$) в другую позицию без изменения порядка, позволяя выходить из локальных минимумов.

– Swap (PSA) – обмен двух произвольных вершин пути местами, способствующий диверсификации поиска.

– Insertion (PSA) – извлечение вершины из пути и её вставка в новую позицию; относительный порядок остальных вершин сохраняется.

– Reversal (PSA) – инверсия случайной подпоследовательности вершин для внесения крупных структурных изменений в текущее решение.

– Order Crossover (OX) (SQA) – эволюционный оператор скрещивания. Потомок наследует подстроку от первого родителя, а оставшиеся вершины заполняются в порядке их следования во втором родителе.

В алгоритмах операторы применяются на двух уровнях. На основном цикле отжига: в SA и SQA преимущественно используется 2-opt, обеспечивающий лучшую сходимость за итерацию, а в PSA происходит случайный выбор между Swap, Insertion, Reversal и 2-opt для поддержания разнообразия. В SQA OX применяется каждые 50 итераций для обмена информацией между лучшими репликами. На этапе финальной локальной оптимизации: после завершения основного цикла в SA, PSA, SQA последовательно применяются операторы 2-opt и Or-opt до достижения локального оптимума. В LKH данные процедуры встроены внутрь цикла и вызываются после каждого возмущения маршрута.

3. Результаты экспериментов и выводы

Для оценки эффективности разработанных алгоритмов было проведено сравнительное тестирование на задачах из TSPLIB. Все алгоритмы запускались 30 раз для каждой задачи. В качестве начальных решений использовалась эвристика ближайшего соседа с выбором лучшего из 5 стартов или случайная валидная перестановка (при невозможности построения жадного пути). Алгоритмы были настроены следующим образом. SA: 200 000 итераций, начальная температура T_0 вычислялась адаптивно как $0.3 \cdot \bar{w}$, где $\bar{w}$ — средний вес ребра; геометрическое охлаждение. PSA: 4 независимых потока по 80 000 итераций, обмен лучшими решениями между цепями. SQA: 8 квантовых реплик, 25 000 итераций, начальная поперечная намагниченность – 5.0. LKH: использовалась каноническая реализация алгоритма LKH-3, доступная через Python-обертку `elkai`. Замеряемое время работы включало полный цикл алгоритма. Эксперименты проводились на оборудовании: AMD Ryzen 5 6600H (3.30 GHz), 16 ГБ ОЗУ, ОС Windows 10, Python 3.12.3. Результаты тестирования на примере задачи a280 (с эталонным решением 2579) и задачи rat575 (с эталонным решением 6773) представлены в таблице 1. На рисунке 1 изображены типичные кривые сходимости для алгоритмов: 1 — SA, 2 — PSA, 3 — SQA, 4 — LKH для задачи a280.

Таблица 1: Сравнение алгоритмов на графах a280 и rat575

Показатель	SA		PSA - 4 потока		SQA - 8 реплик		LKH	
	a280	rat575	a280	rat575	a280	rat575	a280	rat575
Лучшая длина пути	2603	6969	2603	6955	2603	6991	2594	6884
Средняя длина пути	2670,3	7047,8	2620,7	7005,43	2643,6	7038,53	2613,57	7013,4
Отклонение от оптимума, %	3,54013	4,05729	1,61691	3,43171	2,50484	3,92042	1,34044	3,54939
Среднее время работы, с	0,5264	3,40353	2,7622	10,0674	1,8703	5,9813	55,50343	112,35

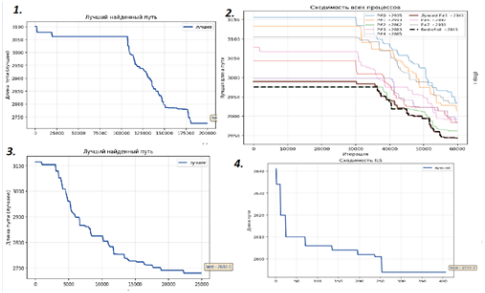


Рис. 1: Кривые сходимости алгоритмов

Из данных таблицы 1 следует, что PSA дает более качественные решения, чем SA и SQA, однако проигрывает им по скорости. SA показал лучшую скорость, но худшее в среднем качество решений. SQA занимает промежуточное положение между быстрым SA и более медленным PSA. LKH вычислил лучшую длину пути (однако точное решение также не нашел), но значительно проиграл по времени всем трем методам. Следовательно, вопрос о применении того или иного метода должен решаться исходя из требований конкретной задачи.

Список литературы

[1] Martoňák R., Santoro G. E., Tosatti E., "Quantum annealing of the traveling-salesman problem", *Phys. Rev. E*, **70** (2004), 057701.

[2] Соболев А. И., "Разработка алгоритма имитации отжига с использованием многопоточных вычислений для решения задачи нахождения кратчайшего пути", *Проблемы управления в социально-экономических и технических системах*, Материалы XXI Международной научно-практической конференции, ИЦ Наука, Саратов, 2026, 159–162.

Статья поступила 10 октября 2026 г.

Hybrid metaheuristic algorithms for solving TSP

A. I. Sobolev, E. V. Khvorostukhina

A suite of metaheuristic algorithms has been developed to solve the traveling salesperson problem on complete weighted graphs: classical simulated annealing (SA), parallel SA with solution exchange, and simulated quantum annealing (SQA). Computational experiments were conducted using benchmark graphs of varying sizes, alongside a comparative analysis with the LKH algorithm.

Keywords: Traveling Salesman Problem, TSP, metaheuristic algorithms, simulated annealing, simulated quantum annealing, LKH.

References

[1] Martoňák R., Santoro G. E., Tosatti E., "Quantum annealing of the traveling-salesman problem", *Phys. Rev. E*, **70** (2004), 057701.

[2] Sobolev A. I., "Development of a simulated annealing algorithm using multithreaded computations for solving the shortest path problem", *Problems of management in socio-economic and technical systems*, Proceedings of the XXI Intern. Conf. In 2 volumes, "Nauka", Saratov, 2026, 159–162 (In Russian).

Received on October 10, 2026