О совпадении классов автоматно-реализуемых и префиксно-регулярных ω-языков

В. В. Ушакова*

В данной работе вводятся и изучаются понятия автоматно-реализуемых и префиксно-регулярных ω-языков. Показана эквивалентность данных классов ω-языков. Также показаны: регулярность множества слов и общерегулярность множества сверхслов автоматно-реализуемого ω-языка, единственность автомата приведённого вида для автоматно-реализуемого ω-языка и описаны мощностные комбинации для множества слов и множества сверхслов автоматно-реализуемого ω-языка.

Ключевые слова: конечный автомат, язык, регулярный язык, аппаратно-финальный автомат, ω-язык, префиксно-регулярный ω-язык, автоматно-реализуемый ω-язык.

1. Введение

Приводимые в данной работе результаты основаны на их дальнейшей публикации в виде отдельной большой статьи. Мотивация исследования следующая: рассматривается управляющий автомат в машине Тьюринга и то, на каких входных словах он останавливается и на каких сверхсловах не останавливается. Основным научным результатом данных тезисов и статьи является утверждение 4, а также разработка новой терминологии и самостоятельных доказательств. При этом важно отметить, что возникающий в утверждении 1 класс префиксно-регулярных языков непосредственно связан с известным классом регулярных префиксных кодов, но таковым не является [1]. Утверждение 2 несложно получить, опираясь на результаты [2]. Утверждение 3 является естественным аналогом классического результата [3] и доказывается по той же схеме.

* *Ушакова Валентина Владимировна* — преподаватель каф. прикладной математики и информатики ф-та прикладной математики и информатики Филиала МГУ в г. Ташкенте, e-mail: `valentina.v.ushakova@mail.ru`.

Ushakova Valentina Vladimirovna — lecturer, Tashkent Branch of Lomonosov Moscow State University, Faculty of Applied Mathematics and Computer Science, Chair of Applied Mathematics and Computer Science.

Опубликовано на условиях лицензии CC-BY 4.0
Published under CC-BY 4.0

2. Основные определения и понятия

Ввиду ограниченности объёма тезисов, некоторые используемые определения считаются интуитивно понятными и не приводятся (ознакомиться с этими определениями можно в [3, 4]).

Множество $L \subseteq A^* \cup A^\infty$ будем называть *ω-языком* в алфавите A. *Конечной компонентой* ω-языка будем называть множество всех слов в данном ω-языке. *Бесконечной компонентой* ω-языка будем называть множество всех сверхслов в данном ω-языке.

Будем говорить, что слово x - *префикс* слова (сверхслова) y, если $y = xu$ для некоторого слова (сверхслова) u. Будем считать, что сверхслово является своим префиксом. *Префиксным ω-языком* будем называть ω-язык, в котором ни одно слово не является префиксом другого слова или сверхслова. Будем говорить, что для ω-языка в алфавите A выполнено *свойство префиксной полноты*, если для каждого сверхслова в A^∞ в данном ω-языке существует ровно один префикс. *Префиксно-регулярным ω-языком* будем называть ω-язык, множество всех слов которого есть регулярный язык и для которого выполнено свойство префиксной полноты. Класс всех префиксно-регулярных ω-языков в алфавите A будем называть классом префиксно-регулярных ω-языков в алфавите A и обозначать $\text{ПР}(A)$.

Аппаратно-финальным автоматом (далее АФ-автомат) будем называть детерминированный конечный автомат [3] с добавлением множества аппаратно-финальных состояний. Для аппаратно-финальных состояний функция перехода не определена. При достижении аппаратно-финального состояния АФ-автомат завершает свою работу. Слово $\tilde{\alpha} = a(1)a(2)...a(n)$ в алфавите A будем называть *словом, реализуемым автоматом* $\mathcal{A}$, если данное слово $\tilde{\alpha}$ приводит автомат $\mathcal{A}$ в момент времени n в одно из его финальных состояний. Если начальное состояние автомата $\mathcal{A}$ является финальным, то будем считать, что $\mathcal{A}$ реализует пустое слово. Сверхслово $\tilde{\alpha} = a(1)a(2)...a(n)...$ в алфавите A будем называть *сверхсловом, реализуемым автоматом* $\mathcal{A}$, если данное сверхслово $\tilde{\alpha}$ не приводит автомат $\mathcal{A}$ ни в одно из его финальных состояний. *ω-языком, реализуемым автоматом* $\mathcal{A}$ будем называть ω-язык $L_{\mathcal{A}}$, который состоит из всех слов и сверхслов, реализуемых автоматом $\mathcal{A}$. *Автоматно-реализуемым ω-языком* будем называть ω-язык, для которого существует автомат, реализующий данный ω-язык. Класс всех автоматно-реализуемых ω-языков в алфавите A будем называть классом автоматно-реализуемых ω-языков в алфавите A и обозначать $\text{АР}(A)$.

3. Основные результаты

Утверждение 1. *Пусть A - произвольный конечный алфавит. Тогда верно, что АР(А)=ПР(А).*

Утверждение 2. *Пусть $L \in AP(A)$ при $|A| > 1$ и L_*, L_∞ - конечная и бесконечная компоненты L соответственно. Тогда L_* - регулярна, а L_∞ - общерегулярна.*

Утверждение 3. *Для каждого автоматно-реализуемого языка существует единственный (с точностью до изоморфизма) его реализующий АФ-автомат приведённого вида.*

Утверждение 4. *Пусть $L \in AP(A)$ при $|A| > 1$ и L_*, L_∞ - конечная и бесконечная компоненты L соответственно. Пусть L реализуем АФ-автоматом $\mathcal{A} = (A, Q, \varphi, q_0, Q_F)$. Тогда возможны следующие варианты мощностей для L_* и L_∞:*

$\boldsymbol{L_\infty}$	$\varnothing$	непустая конечная	счётная	континуальная		
$\boldsymbol{L_*}$	$1 \leqslant \lvert L_* \rvert \leqslant \lvert A \rvert^{\lvert Q \rvert - 1}$	счётная	счётная	$\varnothing$	непустая конечная	счётная

и данные варианты реализуемы (под реализуемостью для первого столбца имеется в виду реализуемость верхней и нижней оценок).

Заключение

Основную цель исследования можно считать выполненной.

В дальнейшем планируется продолжить данное исследование для произвольной машины Тьюринга.

Список литературы

[1] J. Czyzowicz, W. Fraczak, A. Pelc, W. Rytter, “Prime Decompositions of Regular Prefix Codes”, *Implementation and Application of Automata*, 2003, 85-94.

[2] B. Alpern, F. B. Schneider, “Recognizing safety and liveness”, *Distributed Computing*, **2** (1987), 117–126.

[3] В. Б. Кудрявцев, С. В. Алешин, А. С. Подколзин, *Теория автоматов: 2-е изд., испр. и доп.*, Юрайт, Москва, 2025, 320 с.

[4] П. С. Дергач., “Об однозначности алфавитного декодирования общерегулярных сверхязыков”, *Дискрет. матем.*, **26**:1 (2014), 32–48. DOI: 10.4213/dm1266.

Статья поступила 18 октября 2026 г.

On equality of classes of automata-implementable and prefix-regular ω-languages

V. V. Ushakova

This paper introduces and explores the concepts of automata-implementable and prefix-regular ω-languages. The equality of these classes is shown. Some other properties are also shown, specifically: regularity of set of words and omni-regularity of set of superwords of automata-implementable ω-language, the uniqueness of reduced automaton for automata-implementable ω-language and some cardinality combinations for set of words and set of superwords of automata-implementable ω-language are described.

Keywords: finite automaton, language, regular language, hardware-final automaton, ω-language, prefix-regular ω-language, automata-implementable ω-language.

References

[1] J.Czyzowicz, W.Fraczak, A.Pelc, W.Rytter, “Prime Decompositions of Regular Prefix Codes”, *Implementation and Application of Automata*, 2003, 85-94.

[2] B.Alpern, F.B.Schneider, “Recognizing safety and liveness”, *Distributed Computing*, **2** (1987), 117–126.

[3] Kudryavtsev V.B., Alyoshin S.V., Podkolzin A.S., *Automata theory*, Urait, Moscow, 2025, 320 pp.

[4] Dergach P.S., “On uniqueness of alphabetical decoding of -regular languages”, *Discrete Math. Appl.*, **24**:3 (2014), 139–152; П.С. Дергач., “Об однозначности алфавитного декодирования общерегулярных сверхязыков”, *Дискрет. матем.*, **26**:1 (2014), 32–48. DOI: 10.4213/dm1266).

Received on October 18, 2026