Стабилизация управляемой многосвязной системы с использованием генетического алгоритма

Е. А. Каледина[1], И. М. Гуськова[2]

В работе рассматривается многосвязная управляемая динамическая система с локальным управлением. На основе генетического алгоритма разработан метод построения локальных управлений, стабилизирующих систему в целом. Приведены используемые параметры генетического алгоритма, а именно операторы отбора, кроссовера, мутации, вид функции приспособленности и критерии основа. Проведено моделирование и анализ полученных результатов.

Ключевые слова: генетические алгоритмы, многосвязная динамическая система, локальное управление, асимптотическая устойчивость, стабилизация.

1. Постановка задачи

Развитие методов искусственного интеллекта в настоящее время позволяет применять их к все более широкому кругу проблем, включая задачи анализа устойчивости динамических систем, их стабилизации и синтеза оптимального управления. Так, в работах [1] – [5] рассмотрены подходы к синтезу функции Ляпунова для нелинейных динамических систем, основанные на использовании нейронных сетей. Также нейронные сети прямого распространения достаточно активно используются для построения управления различных динамических систем [6]–[9].

Отметим, что для обучения нейронных сетей чаще всего используется метод обратного распространения ошибки [10], что накладывает определенные ограничения на их использование. Нейросетевые методы успешно

---

[1] *Каледина Елена Александровна* — кандидат физико-математических наук, доцент каф. прикладной математики, дифференциальных уравнений и теоретической механики факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева e-mail: elena.lizina@gmail.com.

Kaledina Elena Alexandrovna — Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, associate professor of the department of applied mathematics, differential equations and theoretical mechanics, Ogarev Mordovia State University of Faculty of Mathematics and Information Technology

[2] *Гуськова Ирина Михайловна* — магистрант факультета математики и информационных технологий ФГБОУ ВО Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева e-mail: guskovai2014@yandex.ru.

Guskova Irina Mikhailovna — master's student of Faculty of Mathematics and Information Technology Ogarev Mordovia State University.

используются, прежде всего, в тех задачах, где получены только приближенные методы решения либо время их решения точными методами достаточно велико. Кроме того, для расчета градиента функции ошибки могут использоваться структуры, имитирующие объекты управления. Иными словами, для построения управления необходим «образец» для обучения нейронной сети.

Указанная сложность создает спрос на исследование методов искусственного интеллекта, обучающихся без учителя. К их числу относятся генетические и эволюционные алгоритмы [11], [12], представляющие собой методы случайного поиска оптимальных решений, имитирующие процесс эволюции. Данные алгоритмы применимы к системам большой размерности, задачам со сложным математическим представлением, поддерживают распараллеливание и пригодны к непрерывному обучению. В настоящее время генетические алгоритмы используются для анализа устойчивости динамических нелинейных систем [13], для решения задач многопараметрической стабилизации [14], [15] и синтеза оптимальных систем управления [16].

В данной работе изучается вопрос стабилизации многосвязной линейной динамической системы посредством локальных управлений, основанный на использовании генетического алгоритма.

Рассмотрим многосвязную управляемую линейную систему

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \tag{1}$$

где $x \in R^n$, $B \in R^n$, A – матрица размерности $n \times n$, допускающая неперекрывающуюся декомпозицию, $u \in R$ – скалярное управление. Учитывая декомпозицию, систему (1) можно записать в виде совокупности q систем

$$\dot{x}_s = A_s x_s + \sum_{j=1, j\neq s}^{q} A_{sj} x_j + B_s u_s, \quad s = \overline{1,q}, \tag{2}$$

где $x_s \in R^{n_s}$, A_s – квадратные матрицы размерности $n_s \times n_s$; A_{sj} – матрицы размерности $n_s \times n_j$, $\sum_{s=1}^{q} n_s = n$.

Управления в системе (2) имеют вид $u_s = K_s^T x_s$, где коэффициенты усиления $K_s \in R^{n_s}$ стабилизируют линейные подсистемы

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_s u_s, \quad s = \overline{1,q},$$

или, с учетом вида управлений,

$$\dot{x}_s = (A_s + B_s K_s^T) x_s, \quad s = \overline{1,q}. \tag{3}$$

Отметим, что построение управлений для систем вида (2) рассматривалось в работах [17], [18], где приведены дополнительные условия, накладываемые на коэффициенты усиления управлений линейных подсистем. Использование генетического алгоритма упрощает поиск локальных коэффициентов усиления, удовлетворяющих данным условиям среди всего множества возможных управлений, стабилизирующих системы (3). Программная реализация рассматриваемого алгоритма не требует никаких дополнительных критериев, кроме исходной системы (1) и размерности ее подсистем.

2. Генетический алгоритм для стабилизации многосвязной системы

Генетическое алгоритмы представляют собой рандомизированный эвристический метод поиска экстремума, основанный на аналогии с принципами эволюционной теории Дарвина.

Данные алгоритмы по аналогии с эволюцией в природе формируют популяцию отдельных особей, представляющих собой потенциальные решения поставленной задачи, которые называются индивидуумами. Каждому индивидууму ставится в соответствие хромосома в виде набора генов. Всем индивидуумам в ходе алгоритма итеративно присваивается оценка, от которой зависит, будет ли потенциальное решение участвовать в создании следующего поколения, так как более предпочтительные индивидуумы обладают большей вероятностью преодолеть отбор и передать свои свойства потомкам. Таким образом, постепенно совершенствуются потенциальные решения задачи.

Для формирования новой популяции индивидуумов используется отбор, в процессе которого выбираются те особи, которые будут участвовать в создании следующего поколения, на основании найденного значения функции приспособленности. Наиболее приспособленные индивидуумы выбираются с большей вероятностью.

После операции отбора выбирается пара родителей, части их хромосом скрещиваются с заранее заданной вероятностью и в популяции образуются новые индивидуумы, то есть происходит процесс скрещивания (кроссовера). Если скрещивание не произошло, то родители переходят в новое поколение без изменений.

Мутация – завершающий этап генетического алгорима, применяемый при создании нового поколения. Она представляет собой оперцию, которая может произойти в хромосоме с заданной очень малой вероятностью. Цель оператора мутации – неожиданным образом изменять ген в хромосоме особи, тем самым обновлять популяцию. Мутация обеспечивает поиск решений в незатронутых участках пространства. Однако применение оператора мутации к индивидууму может также и ухудшить его приспособленность.

3. Реализация генетического алгоритма

Для реализации алгоритма поиска стаблизирующих управлений системы (2) был использован язык программирования Python и пакет DEAP – универсальный и гибкий каркас эволюционных вычислений для решения практических задач с помощью генетических алгоритмов. На рисунке 1 показана блок-схема работы данного алгоритма.

На первом этапе алгоритма происходит инициализация днных: задается размерность исходной системы (1) и размерность линейных подсистем n_s, $s = \overline{1, q}$. Далее осуществляется проверка управляемости введенной системы [19]. Для этого строится матрица управляемости $[B,\ AB,\ \ldots,\ A^{(n-1)}B]$ и вычисляется ее ранг. Если он равен размерности введенной системы, то система управляема, и тогда осуществляется поиск стабилизирующих управлений, иначе система не управляема и на этом алгоритм завершается.

Для поиска локальных управлений линейных подсистем используется генетический алгоритм, в котором индивидуумами являются коэффициенты усиления. Каждый индивидуум представляет собой список вещественных чисел размерностью n_s. На первом шаге генетического алгоритма вся популяция заполняется случайными значениями.

Рис. 1. Блок-схема работы генетического алгоритма

Оценка популяции происходит с помощью функции приспособленности. Задача генетического алгоритма оптимизировать эту функцию. Вид функции приспособленности для поставленной задачи [20]:

$$\sum_{j=1}^{n} e^{-\lambda_j} \to max, \tag{4}$$

где λ_j, $s = \overline{1, q}$ – собственные числа матриц линейных подсистем (3).

Отметим, что заменв знак перед λ_j на противоположный, задачу поиска максимума функции (4) можно заменить на поиск минимума.

Для того, чтобы генетический алгоритм выполнял свою цель необходимо зарегистрировать генетические операторы отбора, скрещивания и мутации. Оператор отбора используется для формирования нового поколения индивидуумов на основании найденного значения функции приспособленности. В работе был использован метод турнирного отбора с размером турнира равным 3. Данный метод заключается в том, что на каждом шаге отбора из популяции отбираются три индивидуума. Проходит отбор та особь, чье значение функции приспособленности больше остальных. Отметим, что при большем размере турнира вероятность отбора менее приспособленных индивидуумов уменьшается, что может привести к вырождению популяции. В качестве оператора кроссовера использован метод имитации двоичного скрещивания. Основное свойство данного метода — среднее значение генов родителей и потомков соответственно равны. Значения генов потомков вычисляются по формулам

$$offspring_1 = \frac{1}{2}[(1+\beta)parent_1 + (1-\beta)parent)_2]$$

$$offspring_2 = \frac{1}{2}[(1-\beta)parent_1 + (1+\beta)parent)_2],$$

где β – случайное число, называемое коэффициентом распределения, $parent_1$ и $parent_2$ – значения генов родителей.

При скрещивании важно сохранять сходство родителей и потомков, для этого β нужно выбирать из случайного распределения. Поэтому индекс распределения вычисляется с помощью случайной равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$ величины u. В таком случае β находится по формулам:

$$\text{если } u \le 0.5: \;\; \beta = (2u)^{\frac{1}{\eta+1}};$$
$$\text{если } u > 0.5: \;\; \beta = (\frac{1}{2}(1-u))^{\frac{1}{\eta+1}},$$

где η — постоянная, называемая индексом распределения. В работе был использован индекс распределения $\eta = 20$.

Также в работе был использован метод гауссовой мутации, которая состоит в замене значения гена на случайное число близкое к исходному, взятое из нормально распределенной мутации с параметрами $\mu = 0$, $\sigma = 0,2$.

Константы используемого генетического алгоритма:

– вероятность скрещивания 0,9;

– вероятность мутации индивидуума 0,1.

Условиями останова генетического алгоритма является асимптотическая устойчивость линейных подсистем (3) и системы (2) в целом. Первое условие выполняется при выполнении неравенств $Re\lambda_j(A_s + B_s K_s^T) < 0$, $j = \overline{1, n_s}$, $s = \overline{1, q}$. Данное условие проверяется с помощью функции приспособленности (4).

Для проверки того, что исходная система стабилизируется локальными управлениями, использована вектор-функция Ляпунова $V = (V_1, \ldots, V_n)$. Так как асимптотическая устойчивость линейных подсистем (3) обеспечена работой генетического алгоритма, элементы вектор-функции Ляпунова представляются в виде квадратичных форм $V_s = x_s^T C_s^T x_s$, где C_s – симметричные положительно определенные матрицы. В работе C_s находятся из уравнений Ляпунова

$$(A_s + B_s K_s^T)^T C_s + C_s(A_s + B_s K_s^T) = -E,$$

где E – единичная матрица соответствующей размерности. Полученные функции Ляпунова будут удовлетворять неравенствам Красовского [21],

$$\lambda_{1s}\|x_s\|^2 \leq V_s(x_s) \leq \lambda_{2s}\|x_s\|^2,$$

$$\left|\frac{\partial V_s(x_s)}{\partial x_s}\right| \leq c_s\|x_s\|,$$

$$\left.\frac{V_s(x_s)}{dt}\right|_{(3)} = -d_s\|x_s\|^2,$$

где $\lambda_{1s} = \lambda_m(C_s)$, $\lambda_{2s} = \lambda_M(C_s)$, $c_s = \lambda_m(E)$, $\lambda_m(C_s)$. Здесь через λ_m и λ_M обозначены соответственно наименьшее и наибольшее собственные числа матриц C_s. Для проверки асимптотической устойчивости исходной системы воспользуемся теоремой из работы [18] и составим матрицу

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} -\dfrac{d_1}{2\lambda_{21}} & \dfrac{c_1\|A_{12}\|}{\lambda_{11}^{\frac{1}{2}}\lambda_{12}^{\frac{1}{2}}} & \dots & \dfrac{c_1\|A_{1q}\|}{\lambda_{11}^{\frac{1}{2}}\lambda_{1q}^{\frac{1}{2}}} \\ \dfrac{c_2\|A_{21}\|}{\lambda_{12}^{\frac{1}{2}}\lambda_{11}^{\frac{1}{2}}} & -\dfrac{d_2}{2\lambda_{22}} & \dots & \dfrac{c_2\|A_{2q}\|}{\lambda_{12}^{\frac{1}{2}}\lambda_{1q}^{\frac{1}{2}}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dfrac{c_q\|A_{q1}\|}{\lambda_{1q}^{\frac{1}{2}}\lambda_{11}^{\frac{1}{2}}} & \dfrac{c_q\|A_{q2}\|}{\lambda_{1q}^{\frac{1}{2}}\lambda_{12}^{\frac{1}{2}}} & \dots & -\dfrac{d_q}{2\lambda_{2q}} \end{pmatrix}$$

Тогда для того, чтобы система (2) была асимптотически устойчивой, необходимо, чтобы действительные части собственных чисел матрицы $\widetilde{A}$ были отрицательны.

Таким образом условия останова алгоритма будут иметь вид

$$y = \begin{cases} Re\ \lambda_j(A_s + B_sK_s^T),\ j = \overline{1, n_s},\ s = \overline{1, s}, \\ Re\ \lambda_j(\widetilde{A}) < 0,\ j = \overline{1, q}. \end{cases}$$

4. Пример

В качестве иллюстративного примера рассмотрим управляемую систему вида

$$\begin{gathered} \dot{x}_1 = -3,35x_1 + 6,25x_2 - 6,83x_3 + 4,05x_4 + 2,82u_1, \\ \dot{x}_2 = 3,44x_1 - 6,21x_2 - 7,39x_3 + 1,98x_4 - 1,01u_2, \\ \dot{x}_3 = 9,79x_1 + 3,89x_2 - 9,44x_3 + 1,56x_4 - 0,39u_3, \\ \dot{x}_4 = -6,82x_1 + 8,89x_2 - 9,12x_3 + 4,13x_4 - 2,37u_4. \end{gathered} \tag{5}$$

Размерность системы $n = 4$, размерность линейных подсистем $n_1 = 2$, $n_2 = 2$. Данная система управляема, так как ранг матрицы управляемости равен 4. Локальные управления, действующие на линейные подсистемы, имеют вид $u_1 = K_1x_1$, $u_2 = K_2x_2$, $u_3 = k_3K_3$, $u_4 = K_4x_4$ и выбираются таким образом, чтобы стабилизировать соответствующие линейные системы

$$\begin{gathered} \dot{x}_1 = (-3,35x_1 + 2,82K_1)x_1, \\ \dot{x}_2 = (-6,21x_2 - 1,01K_2)x_2, \\ \dot{x}_3 = (-9,44x_3 - 0,39K_3)x_3, \\ \dot{x}_4 = (4,13x_4 - 2,37K_4)x_4. \end{gathered} \tag{6}$$

Разработанный генетический алгоритм произвел поиск коэффициентов усиления за 501 поколение. Результатом его применения стало найденной стабилизирующее управление вид $u_1 = -20,0015x_1$, $u_2 = 19,9999x_2$, $u_3 = 17,9253x_3$, $u_4 = 8,5736x_4$.

На рисунках 2–3 показано движение линейных подсистем (6). Очевидно, что найденные управления действительно обеспечивают асимптотическую устойчивость обеих линейных подсистем, так как графики их движения с течением времени сходятся.

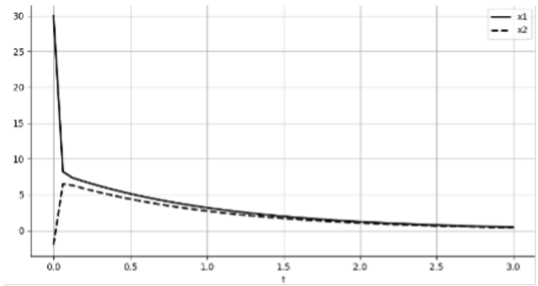

Рис. 2. Стабилизация линейных подсистем (6) относительно переменных x_1, x_2

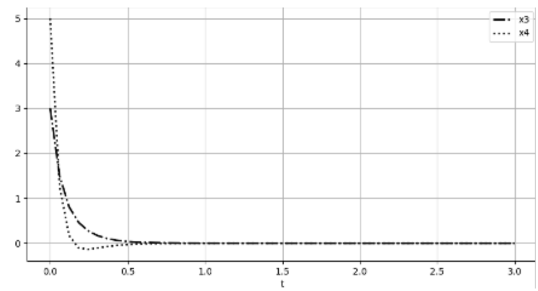

Рис. 3. Стабилизация линейных подсистем (6) относительно переменных x_3, x_4

Для того чтобы удостовериться, что локальные управления гарантируют устойчивость системы в целом также построен график движения системы (5).По рисунку 4 можно окончательно убедиться, что построенные управления стабилизируют систему в целом.

5. Выводы

В работе разработан и программно реализован алгоритм построения локальных управлений, стабилизирующих как подсистемы, так и всю системы в целом. Управляющие воздействия строятся в виде линейной обратной связи, а поиск коэффициентов усиления осуществляется с ис-

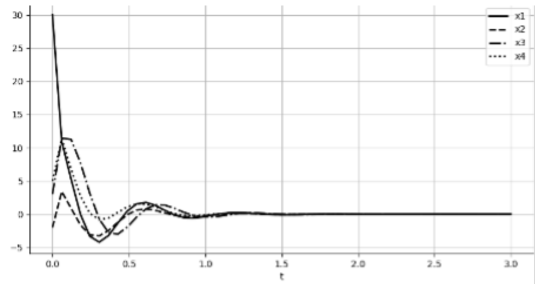

Рис. 4. Процесс стабилизации системы (5) относительно всех переменных

пользованием генетического алгоритма. Предложенный алгоритм отличается общим подходом к решению поставленной задачи, так как, в отличие от других методов машинного обучения, не требует приближенного решения или других примеров для обучения.

Список литературы

[1] Dai H., Landry B., Yang L., Pavone M., Tedrake R., “Counter-example guided synthesis of neural network Lyapunov functions for piecewise linear systems”, *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2020, 1274–1281.

[2] Dai H., Landry B., Yang L., Pavone M., Tedrake R., *Lyapunov-stable neural-network*, 2021, arXiv: nucl-ex/2109.14152.

[3] Chen S., Fazlyab M., Morari M., Pappas G.J., Preciado V.M., “Learning Lyapunov Functions for Hybrid Systems”, *2021 55th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS)*, Baltimore, MD, USA, 2021.

[4] Verdier C.F., Mazo M., “Formal Synthesis of Analytic Controllers for Sampled-Data Systems via Genetic Programming”, *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Miami, FL, USA, 2018, 4896–4901.

[5] Ben Sassi M. A., Sankaranarayanan S., Chen X., Ábrahám E., “Linear relaxations of polynomial positivity for polynomial Lyapunov function synthesis”, *MA Journal of Mathematical Control and Information*, **33**:3 (2016), 723–756.

[6] Khapkin D.L., Feofilov S.V., Kozyr A.V., “Study of neural network control stability based on mixed linear integer programming”, *4th In-*

ternational Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), Lipetsk, Russia, 2022, 326–329.

[7] Хапкин Д.Л. , Феофилов С.В. , Козырь А.В., “Синтез устойчивой нейросетевой замкнутой системы управления существенно нелинейным объектом с оптимизацией времени регулирования”, *Информатика: проблемы, методы, технологии*, XXIII Международная научно-практическая конференции им. Э.К. Алгазинова (Воронеж, 15—17 февраля 2023 г.), Материалы конференции, Воронежский государственный университет, Воронеж, 2023, 405–406.

[8] Седова Н.О., Токмаков С.В., “Об использовании нейроуправления с запаздывающей обратной связью в задаче стабилизации по выходу”, *Нечеткие системы и мягкие вычисления*, **15**:1 (2020), 26–42.

[9] Zhou R., Quartz T., De Sterck H., Liu J., *Neural Lyapunov Control of Unknown NonlinearSystems with Stability Guarantees*, arXiv: nucl-ex/2206.01913.

[10] Хайкин С., *Нейронные сети: полный курс*, «Вильямс», Москва, 2008, 1103 с.

[11] Вирсански Э., *Генетические алгоритмы на Python*, ДМК Пресс, Москва, 2020, 286 с.

[12] Емельянов В.В., Курейчик В.В. , Курейчик В.М., *Теория и практика эволюционного моделирования*, «Физматлит», Москва, 2003, 432 с.

[13] Zenkin A.,Peregudin A., Bobtsov, A., *Lyapunov function search method for analysis of nonlinear systems stability using genetic algorithm.*, 2023, arXiv: nucl-ex/2307.03030.

[14] Беляев А.С., Суменков О.Ю., “Применение генетического алгоритма для синтеза параметров линейно-квадратичного регулятора опорной системы обезвешивания”, *Молодежь и современные информационные технологии*, XVIII Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых учёных (Томск, 22-26 марта 2021 г.), Сборник трудов, Изд-во ТПУ, Томск, 2021, 405–406.

[15] Рогачев Г.Н., “Генетические алгоритмы в задачах параметрического синтеза оптимальных систем управления”, *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки*, 2005, № 33, 67–72.

[16] Метлицкая Д.В., “Генетические алгоритмы поиска оптимального управления непрерывными детерминированными системами”, *Труды МАИ*, **45**:45 (2011), 3–18.

[17] O. V. Druzhinina, E. A. Kaledina, O. N. Masina, “Modeling of the Multiply Connected Controlled Dynamical Systems”, *2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT)*, Moscow, Russia, 2018, 383–387.

[18] Лизина Е.А., Щенников В.Н., “Стабилизация многосвязной управляемой гибридной динамической системы с неперекрывающимися декомпозициями”, *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки.*, **4**:20 (2011), 14–23.

[19] Зубов В.И., *Лекции по теории управления*, «Наука», Москва, 1975, 496 с.

[20] Petridis V., Petridis S., “Construction of Neural Network Based Lyapunov Functions”, *2006 IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings*, Vancouver, BC, Canada, 2006, 5059–5065.

[21] Красовский Н.Н., *Некоторые задачи теории устойчивости движения*, «Физматлит», Москва, 1959, 222 с.

Stabilization of a controlled multiply connected system using a genetic algorithm

Kaledina E.A., Guskova I.M.

In this work, a multiply connected controlled dynamic system with local control is reviewed. Based on a genetic algorithm, a method for constructing local controls that stabilize the system as a whole has been developed. In this case, the parame-ters of the genetic algorithm are used, namely the selection, crossover, mutation operators, the type of fitness function and the critical basis. Modeling and analysis of the results obtained were carried out.

Keywords: genetic algorithms, multiply connected dynamic system, local control, asymptotic stability, stabilization.

References

[1] Dai H., Landry B., Yang L., Pavone M., Tedrake R., “Counter-example guided synthesis of neural network Lyapunov functions for piecewise linear systems”, *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 2020, 1274–1281.

[2] Dai H., Landry B., Yang L., Pavone M., Tedrake R., *Lyapunov-stable neural-network*, 2021, arXiv: nucl-ex/2109.14152.

[3] Chen S., Fazlyab M., Morari M., Pappas G.J., Preciado V.M., “Learning Lyapunov Functions for Hybrid Systems”, *2021 55th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS)*, Baltimore, MD, USA, 2021.

[4] Verdier C.F., Mazo M., “Formal Synthesis of Analytic Controllers for Sampled-Data Systems via Genetic Programming”, *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Miami, FL, USA, 2018, 4896–4901.

[5] Ben Sassi M. A., Sankaranarayanan S., Chen X., Ábrahám E., “Linear relaxations of polynomial positivity for polynomial Lyapunov function synthesis”, *MA Journal of Mathematical Control and Information*, **33**:3 (2016), 723–756.

[6] Khapkin D.L., Feofilov S.V., Kozyr A.V., “Study of neural network control stability based on mixed linear integer programming”, *4th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, Lipetsk, Russia, 2022, 326–329.

[7] Khapkin D.L., Feofilov S.V., Kozyr A.V., “Synthesis of a stable neural network closed-loop control system for a substantially nonlinear object with optimization of control time”, *Computer science: problems, methods, technologies*, XXIII International Scientific and Practical Conference named after. E.K. Algazinova (Voronezh, February 15–17, 2023), Conference materials, Voronezh State University, Voronezh, 2023, 405–406 (In Russian).

[8] Sedova N.O., Tokmakov S.V., “On the use of neurocontrol with delayed feedback in the problem of output stabilization”, *Fuzzy systems and soft computing*, **15**:1 (2020), 26–42 (In Russian).

[9] Zhou R., Quartz T., De Sterck H., Liu J., *Neural Lyapunov Control of Unknown NonlinearSystems with Stability Guarantees*, arXiv: nucl-ex/2206.01913.

[10] Khaikin S., *Neural networks: a complete course*, "Williams", Moscow, 2008 (In Russian), 1103 c.

[11] Virsanski E., *Genetic algorithms in Python*, DMK Press, Moscow, 2020 (In Russian), 286 c.

[12] Emelyanov V.V., Kureichik V.V. , Kureichik V.M., *Theory and practice of evolutionary modeling*, «Fizmatlit», Moscow, 2003 (In Russian), 432 c.

[13] Zenkin A.,Peregudin A., Bobtsov, A., *Lyapunov function search method for analysis of nonlinear systems stability using genetic algorithm.*, 2023, arXiv: nucl-ex/2307.03030.

[14] Belyaev A.S., Sumenkov O.Yu., "Application of a genetic algorithm for synthesizing the parameters of a linear-quadratic regulator of a reference weighting system", *Youth and modern information technologies*, XXVIII International Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduate Students and Young Scientists (Tomsk, March 22-26, 2021), Collection of works, TPU Publishing House, Tomsk, 2021, 405–406 (In Russian).

[15] Rogachev G.N., "Genetic algorithms in problems of parametric synthesis of optimal control systems", *Bulletin of Samara State Technical University. Series: Technical Sciences*, 2005, № 33, 67–72 (In Russian).

[16] Metlitskaya D.V., "Genetic algorithms for searching for optimal control of continuous deterministic systems", *Proceedings of MAI*, **45**:45 (2011), 3–18 (In Russian).

[17] O. V. Druzhinina, E. A. Kaledina, O. N. Masina, "Modeling of the Multiply Connected Controlled Dynamical Systems", *2018 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems (ICUMT)*, Moscow, Russia, 2018, 383–387.

[18] Lizina E.A., Shchennikov V.N., "Stabilization of a multiply connected controlled hybrid dynamic system with non-overlapping decompositions", *News of higher educational institutions. Volga region. Physical and mathematical sciences*, **4**:20 (2011), 14–23 (In Russian).

[19] Zubov V.I., *Lectures on control theory*, «Science», Moscow, 1975 (In Russian), 496 c.

[20] Petridis V., Petridis S., "Construction of Neural Network Based Lyapunov Functions", *2006 IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings*, Vancouver, BC, Canada, 2006, 5059–5065.

[21] Krasovsky N.N., *Some problems of the theory of motion stability*, «Fizmatlit», Moscow, 1959 (In Russian), 222 c.