

# О выразимости автоматов с операцией суперпозиции

Д. Н. Бабин<sup>1</sup>, А. А. Летуновский<sup>2</sup>

Задача выразимости для константных автоматов и линейных автоматов для расширенной суперпозиции алгоритмически разрешима. Имеет место теорема об алгоритмической разрешимости задачи выразимости автоматов с линейными переходами над полем конечной характеристики.

**Ключевые слова:** расширенная суперпозиция, выразимость, линейные автоматы, алгоритмическая разрешимость.

Задача выразимости конечных автоматов относительно суперпозиции в общем случае алгоритмически неразрешима. Известная теорема Крона-Роудза [1] работает лишь в случае автоматов, имеющих полную систему переходов. Это когда всякая подстановка состояний, порождаемая словом, порождается также одной буквой. Все случаи алгоритмической неразрешимости выразимости автоматов, как правило, доказывались как неразрешимость выразимости автоматов с безусловными переходами (константных автоматов) [2].

И для этих константных автоматов Летуновскому А.А удалось решить задачу выразимости при условии наличия в выражающей конечной системе всех автоматов с одним состоянием (функций без памяти) и автомата «задержки» [3, 4]. Суперпозицию при наличии указанной добавки автор назвал «расширенной суперпозицией». При этом множество длин периодов константных автоматов, выразимых через конечную систему автоматов  $\Sigma$  вместе со «штрихом Шеффера» и «задержкой», представляло геометрическую прогрессию

$$(\Sigma) = \{b, bq, bq^2, \dots\}$$

, где  $b$  и  $q$  натуральные числа. Автор назвал  $q = q(\Sigma)$  главным цикловым индексом системы автоматов  $\Sigma$ , а  $b = b(\Sigma)$  безусловным цикловым индексом системы автоматов  $\Sigma$ . Цикловые индексы стали важным параметром для определения возможностей систем автоматов. В качестве необходимого условия выразимости конечной системы  $\Sigma_2$  через конечную систему  $\Sigma_1$  (при наличии указанной добавки) имеем  $(\Sigma_1) \in (\Sigma_2)$ .

---

<sup>1</sup>Бабин Дмитрий Николаевич — МГУ им. М.И. Ломоносова, мех-мат ф-т, каф. МаТИС, профессор, e-mail: d.n.babin@mail.ru

Babin Dmitry Nikolaevich — professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

<sup>2</sup>Летуновский Алексей Александрович — e-mail: alekseyletunovskiy@gmail.com  
Letunovskiy Alexey Alexandrovich.

Пусть  $\Lambda$  – множество автоматов над  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$  с линейными переходами над конечным полем  $F$  характеристики  $p$ . Это  $\Lambda$  не замкнутое относительно суперпозиции множество автоматов, однако и «функция Вебба» и «задержка» также имеют линейные переходы. Представляет интерес найти цикловые индексы для системы  $\Lambda$ . Известно [5], что всякий автомат с линейными переходами над конечным полем  $F$  разложим в суперпозицию автомата с безусловными переходами, «задержки»  $Z$  и линейного автомата сдвигов  $W$ , переходы которого, задаются формулой  $s' = s + x$ . (Здесь имеется ввиду сложение в поле  $F$ ). Главный цикловый индекс системы  $\{Z, W, \}$  равен  $p$ . Заметим, что всякий константный автомат является автоматом с линейными переходами и безусловный цикловый индекс может быть любым натуральным числом. Таким образом, бесконечное множество автоматов с линейными переходами имеет конечный главный цикловый индекс.

Имеет место

**Теорема** Пусть  $\Lambda$  – множество автоматов над  $E_k = \{0, 1, \dots, k-1\}$   $k = p^t$  с линейными переходами над конечным полем  $F$  характеристики  $p$ . Тогда существует алгоритм проверки выразимости автомата с линейными переходами для расширенной суперпозиции через конечную систему автоматов.

## Список литературы

- [1] Алешин С.В., “Об одном следствии теоремы Крона-Роудза”, *Дискретная математика*, **11:4** (1999), 101–109.
- [2] Кратко М.И., “Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов”, *ДАН СССР*, **155:1** (1964), 35–37.
- [3] Бабин Д.Н., Летуновский А.А., “О возможностях суперпозиции, при наличии в базисе автоматов фиксированной добавки из булевых функций и задержки”, *Интеллектуальные системы*, **19:3** (2015), 71–77.
- [4] Летуновский А.А., “выразимость линейных автоматов относительно расширенной суперпозиции.”, *Интеллектуальные системы*, **19:1** (2015), 161–170.
- [5] Бабин Д.Н., “Автоматы с линейными переходами.”, *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*, **23:3** (2019), 87–95.

## About expressibility of automata with superposition Babin D.N, Letunovskiy A.A.

Expressibility of constant and linear automata for extended superposition is decidable. There is a theorem about decidability of automaton with linear transition expressibility. **Key words:** extended superposition, expressibility, linear automata, decidability.

### References

- [1] Aleshin S.V., “About one consequence of Krohn-Rhodes theorem”, *Discrete Math*, **11**:4 (1999), 101–109.
- [2] Kratko M.I., “Algorithmic undecidability of completeness problem for finite automata”, *DAN USSR*, **155**:1 (1964), 35–37.
- [3] Babin D.N., Letunovskiy A.A., “About possible properties of automata superposition for basis including all boolean functions and delay automaton.”, *Intelligent systems*, **19**:3 (2015), 71–77.
- [4] Letunovskiy A.A., “Expressibility of linear aotomata for extended superposition.”, *Intelligent systems*, **19**:1 (2015), 161–170.
- [5] Babin D.N., “Automata with linear transitions”, *Intelligent systems, Theory and application.*, **23**:3 (2019), 87–95.