Логика суждений существования как средство представления знаний и автоматической проверки умозаключений

В. И. Маркин[1]

Строится формальная система, предназначенная для логического анализа суждений существования. В ее языке содержится неопределенно-местная константа существования, простые формулы образуются сочленением этой константы с произвольной конечной последовательностью общих терминов. Предлагается аналитико-табличный вариант этой логики, формулируется разрешающая процедура.

Исследование выполнено в рамках научно-образовательной школы Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова «Мозг, когнитивные системы и искусственный интеллект».

Ключевые слова: суждения существования, исчисление, семантика, аналитические таблицы, разрешающая процедура

В традиционной логике суждением существования называлось простое суждение, логическим сказуемым которого является термин «существует», рассматриваемый не как квантор, а как предикат особого типа, как знак особой онтологической характеристики индивидов. Субъектами суждений существования могут быть как сингулярные[2], так и общие термины. Последние могут быть простыми (положительными) и отрицательными (образовываться из простых с помощью терминного отрицания). В качестве субъекта может также выступать последовательность, которая получается посредством сочленения нескольких общих терминов.

Стандартные атрибутивные суждения могут быть определены (различным образом для разных силлогистических теорий) посредством суждений существования или их булевых комбинаций. Например, суждения фундаментальной силлогистики могут быть определены следующим образом: «Все S есть P» посредством суждения «S не-P не существуют», «Некоторые S есть P» — суждения «S P существуют», «Ни один S не есть P» — суждения «S P не существуют», «Некоторые S не есть P» —

[1] *Маркин Владимир Ильич* — заведующий кафедрой логики философского ф-та МГУ, e-mail: vladimirmarkin@mail.ru.

Markin Vladimir Ilich — head of Chair of Logic, Faculty of Philosophy, Lomonosov Moscow State University

[2] В данной работе мы не рассматриваем суждения существования с сингулярными субъектами.

суждения «S не-P существуют» (см. [1]). К суждениям существования (или сложным суждениям, образованным из них) могут быть редуцированы атрибутивные суждения не только с простыми, но и со сложными субъектами и предикатами. Например, суждение «Все S и P есть Q или не-R» эквивалентно суждению «S P не-Q R не существуют».

В [2] был сформулирован язык, позволяющий фиксировать логические формы суждений существования, и предложена естественная его семантика.

В *алфавите* данного языка содержатся: бесконечный список простых общих терминов (будем использовать для них метапеременные $S, P, M, S_1, \ldots$), символ терминного отрицания ($'$), неопределенноместная константа существования (Υ), пропозициональные связки и скобки. *Общими терминами* являются: (1) произвольный простой общий термин, (2) выражение вида S', где S — простой общий термин. При этом S называется *положительным*, а S' *отрицательным* термином. В качестве метапеременных по любым общим терминам (как положительным, так и отрицательным) используются символы $X, Z, X_1, \ldots$

Атомарными формулами языка являются выражения вида $\Upsilon X_1 X_2 \ldots X_k$ ($k \geq 1$), где $X_1, X_2, \ldots, X_k$ — общие термины. Формула $\Upsilon X_1 X_2 \ldots X_k$ фиксирует логическую форму суждения существования «$X_1 X_2 \ldots X_k$ существуют». *Сложные формулы* образуются из других формул с помощью пропозициональных связок.

Моделью называется пара $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$, где $\mathbf{D} \neq \emptyset$, а $\varphi(S) \subseteq \mathbf{D}$ для любого простого общего термина S. Определяется функция ψ, сопоставляющая значение каждому общему термину (включая отрицательные) в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$: $\psi(S) = \varphi(S)$, $\psi(S') = \mathbf{D} \setminus \varphi(S)$. Вводится понятие $\mathbf{V}$-*значимости* формулы в модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$. Условия значимости атомарных формул определяются следующим образом:

$$\mathbf{V}\left(\Upsilon X_1 X_2 \ldots X_k, \mathbf{D}, \varphi\right), \text{ е.т.е. } \psi(X_1) \cap \psi(X_2) \cap \ldots \cap \psi(X_k) \neq \emptyset.$$

Условия значимости формул, образованных с помощью пропозициональных связок, стандартные. Формула A называется $\mathbf{V}$-*общезначимой*, е.т.е. $\mathbf{V}(A, \mathbf{D}, \varphi)$ в каждой модели $\langle \mathbf{D}, \varphi \rangle$.

В [2] было построено аксиоматическое исчисление $\mathbf{CY}$, формализующее класс $\mathbf{V}$-общезначимых формул. Доказана метатеорема о том, что $\mathbf{CY}$ погружается в классическое одноместное исчисление предикатов посредством следующего перевода $^{\otimes}$:

$$(\Upsilon u)^{\otimes} = \exists x \left(S_1 x \wedge S_2 x \wedge \ldots \wedge S_n x \wedge \neg P_1 x \wedge \neg P_2 x \wedge \ldots \wedge \neg P_n x\right),$$
$$(\neg A)^{\otimes} = \neg A^{\otimes}, \quad (A \nabla B)^{\otimes} = A^{\otimes} \nabla B^{\otimes},$$

где u — произвольная конечная последовательность общих терминов, $S_1 S_2 \ldots S_n$ — результат вычеркивания из u всех отрицательных терминов, $P'_1P'_2 \dots P'_m$ — результат вычеркивания из u всех положительных терминов, ∇ — произвольная бинарная пропозициональная связка.

Язык логики суждений существования представляет собой простой и удобный инструмент для фиксации информации о существовании или несуществовании объектов, обладающих или не обладающих свойствами из некоторого списка, причем эта информация может быть выражена в том числе и атрибутивными суждениями с субъектами и предикатами произвольной сложности. Исчисление $\mathbf{CY}$, сравнимое по своим дедуктивным возможностям с одноместным исчислением предикатов, обеспечивает необходимый аппарат для извлечения следствий из имеющейся информации указанного типа. Можно сформулировать аналитико-табличный вариант $\mathbf{CY}$, с использованием которого процедура проверки умозаключений из суждений существования может быть автоматизирована.

Конфигурацией называется семейство непустых множеств формул языка.

Аналитической таблицей называется последовательность конфигураций, в которой каждая последующая конфигурация получается из непосредственно предыдущей заменой некоторого множества формул по одному из правил вывода.

В качестве правил вывода постулируются стандартные правила редукции для формул видов $(A \wedge B)$, $\neg(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $\neg(A \vee B)$, $(A \supset B)$, $\neg(A \supset B)$, $\neg\neg A$, а также дополнительные правила:

$$\langle \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{i} \rangle \quad \frac{\Gamma}{\Gamma \cup \{\Upsilon M\} \,\big|\, \Gamma \cup \{\Upsilon M'\}} \qquad \langle \neg\boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{i} \rangle \quad \frac{\Gamma}{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon MM'\}}$$

$$\langle \boldsymbol{\Upsilon} \rangle \quad \frac{\Gamma \cup \{\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\Upsilon uM\} \,\big|\, \Gamma \cup \{\Upsilon uM'\}} \qquad \langle \neg\boldsymbol{\Upsilon} \rangle \quad \frac{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon uM, \neg\Upsilon uM'\}}$$

$$\langle \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{n} \rangle \quad \frac{\Gamma \cup \{\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\Upsilon[u]\}} \qquad \langle \neg\boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{n} \rangle \quad \frac{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon u\}}{\Gamma \cup \{\neg\Upsilon[u]\}}$$

где u — произвольная последовательность общих терминов, $[u]$ — последовательность, содержащая без повторений все термины из u, причем (1) каждый положительный термин в ней предшествует каждому отрицательному, (2) положительный термин S предшествует в ней положительному термину P, е.т.е. S предшествует P в алфавите языка, (3) отрицательный термин S' предшествует в ней отрицательному термину P', е.т.е. S предшествует P в алфавите языка.

Множество формул *замкнуто*, е.т.е. оно содержит формулы вида C и $\neg C$.

Конфигурация *замкнута*, е.т.е. все множества формул в ее составе замкнуты.

Аналитическая таблица *замкнута*, е.т.е. ее последняя конфигурация замкнута.

Формула A *доказуема*, е.т.е. существует замкнутая аналитическая таблица, первой конфигурацией которой является семейство $\{\{\neg A\}\}$. Из формул $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *выводима* формула B, е.т.е. существует замкнутая аналитическая таблица, первой конфигурацией которой является семейство $\{\{A_1, A_2, \ldots, A_n, \neg B\}\}$.

Сформулируем *разрешающую процедуру*, позволяющую в конечное число шагов решать вопрос о доказуемости формулы A или выводимости формулы B из $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. Выделяется список $\mathbf{T}$ положительных терминов, содержащий все такие P, что P или P' входят в состав по крайней мере одной формулы из единственного множества в первой конфигурации.

2. Применяются правила $\langle \wedge \rangle$, $\langle \neg \wedge \rangle$, $\langle \vee \rangle$, $\langle \neg \vee \rangle$, $\langle \supset \rangle$, $\langle \neg \supset \rangle$, $\langle \neg\neg \rangle$ до тех пор, пока в каждом множестве в составе конфигураций не останутся лишь формулы видов Υu и $\neg \Upsilon u$.

3. Применяются правила $\langle \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{i} \rangle$ и $\langle \neg \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{i} \rangle$ относительно любого положительного термина M из списка $\mathbf{T}$.

4. Применяются правила $\langle \boldsymbol{\Upsilon} \rangle$ и $\langle \neg \boldsymbol{\Upsilon} \rangle$ относительно любой формулы вида Υu и $\neg \Upsilon u$ и любого положительного термина M из списка $\mathbf{T}$ такого, что ни M, ни M' не входят в u.

5. Применяются правила $\langle \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{n} \rangle$ и $\langle \neg \boldsymbol{\Upsilon}\mathbf{n} \rangle$ относительно всех формул вида Υu и $\neg \Upsilon u$ таких, что u в них не совпадает с $[u]$.

В итоге каждая формула в любом множестве последней конфигурации будет иметь вид $\Upsilon[u]$ или $\neg \Upsilon[u]$, причем для любого термина M из списка $\mathbf{T}$ верно, что M или M' входят в $[u]$. Данная процедура конечна, после ее завершения в последней конфигурации окажется конечное число множеств формул. Эти множества проверяются на замкнутость и применяется критерий из определений доказуемой формулы и отношения выводимости.

Список литературы

[1] Brandl J. L., "Brentano's Theory of Judgement", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, https://plato.stanford.edu/entries/brentanojudgement/.

[2] Markin V. I., "Logic of existence judgements and syllogistic", *Logical Investigations*, **27**:2 (2021), 31–47.

Logic of existence judgements as an instrument of knowledge representation and automatic inference verification

Markin V.I.

We set out a formal system for logical analyses of existence judgements. Its language contains the constant of existence, atomic formulas are formed by the concatenation of this constant with any finite sequence of general terms. We formulate an analytic tableaux version of this logic and a decision procedure for it.

This research has been supported by the Interdisciplinary Scientific and Educational School of Moscow University "Brain, Cognitive Systems, Artificial Intelligence".

Keywords: existence judgements, logical calculus, semantics, analytic tableaux, decision procedure

References

[1] Brandl J. L., "Brentano's Theory of Judgement", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, https://plato.stanford.edu/entries/brentanojudgement/.

[2] Markin V. I., "Logic of existence judgements and syllogistic", *Logical Investigations*, **27**:2 (2021), 31–47.