

# К вопросу о функциональной системе автоматов с операцией суперпозиции

Д. Н. Бабин<sup>1</sup>

В бесконечно порожденной функциональной системе автоматов с операцией суперпозиции существуют как предполные классы, так и классы, не вкладывающиеся ни в один предполный. В статье приведены примеры как первых, так и вторых классов.

**Ключевые слова:** конечный автомат, суперпозиция, замкнутый класс.

Известно, что решение задач полноты и выразимости для систем автоматных функций наталкивается на существенные трудности [1]. Так в работе [2] установлена континуальность множества предполных классов для систем автоматных функций, а в работе [3] установлена алгоритмическая неразрешимость задачи полноты относительно суперпозиции и обратной связи для конечных систем автоматных функций.

Обозначим класс автоматов без входа (константных) через  $K$ , замыкание множества автоматов с  $n$  состояниями – через  $P(n)$ , через  $P_n$  обозначим класс автоматов с  $n$  входами, через  $[M]$  обозначим замыкание относительно суперпозиции множества автоматов  $M$ .

Для систем автоматов с операцией одной суперпозиции конечных полных систем нет [1], а система автоматов с двумя входами образует полную систему [4]. Оставался открытым вопрос о наличии класса автоматов, не расширяющегося до предполного, этот вопрос был положительно решён в работе [5]. Кроме того, в [6] был описан континуум классов расширяющихся до предполного класса.

Из работ [5, 6] следуют

**Теорема 1.**  $[P(n) \cup K]$  не расширяется до предполного при  $n > 1$ .

**Теорема 2.**  $P(n)$  расширяется до предполного.

**Теорема 3.** Любой конечно порождённый класс автоматов расширяется до предполного.

Имеет место следующая

**Теорема 4.**  $P_1$  расширяется до предполного.

---

<sup>1</sup>Бабин Дмитрий Николаевич — д.ф.-м.н., профессор механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, e-mail: d.n.babin@mail.ru.

Babin Dmitry Nikolaevich — PhD, Professor of the Faculty of Mechanics and Mathematics, Lomonosov MSU.

В самом деле: одноместные автоматы имеют в каждом состоянии линейные выходные функции. Нетрудно видеть, что класс автоматов, имеющих линейную выходную функцию в начальном состоянии, содержит класс линейных автоматов и является предполным.

## Список литературы

- [1] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С., *Введение в теорию автоматов*, Наука, Москва, 1985.
- [2] Кудрявцев В.Б., “О мощностях множеств предполных классов некоторых функциональных систем, связанных с автоматами”, *ДАН СССР*, **151**:3 (1963), 493–496.
- [3] Кратко М.И., “Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов”, *ДАН СССР*, **155**:1 (1964), 35–37.
- [4] Бабин Д.Н., “О полноте двухместных автоматных функций относительно суперпозиции”, *Дискретная математика*, **1**:4 (1989), 423–431.
- [5] Бабин Д.Н., “Класс автоматов с суперпозициями, не расширяющийся до предполного”, *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*, **20**:4 (2016), 162–173.
- [6] Бабин Д.Н., Кудрявцев В.Б., *Вестник Московского университета. Серия 1: Математика. Механика*, 2020, № 2, 55–58.

### On the question of a functional system of automata with a superposition operation Babin D.N.

In an infinitely generated functional system of automata with a superposition operation, there are both pre-complete classes and classes that do not fit into any pre-complete one. The article provides examples of both the first and second classes.

*Keywords:* finite automaton, superposition, closed class.

## References

- [1] Kudryavtsev V.B., Aleshin S.V., Podkolzin A.S., *Introduction to the theory of automata*, Nauka, Moscow, 1985 (In Russian).
- [2] Kudryavtsev V.B., “On the cardinalities of sets of precomplete classes of some functional systems associated with automata”, *DAN SSSR*, **151**:3 (1963), 493–496 (In Russian).
- [3] Kratko M.I., “Algorithmic undecidability of the completeness recognition problem for finite automata”, *DAN SSSR*, **155**:1 (1964), 35–37 (In Russian).
- [4] Babin D.N., “On the completeness of two-place automatic functions with respect to superposition”, *Discrete Mathematics*, **1**:4 (1989), 423–431 (In Russian).

- [5] Babin D.N., “A class of automata with superpositions that does not expand to precomplete”, *Intelligent systems. Theory and applications*, **20**:4 (2016), 162–173 (In Russian).
- [6] Babin D.N., Kudryavtsev V.B., *Bulletin of Moscow University. Series 1: Mathematics. Mechanics*, 2020, № 2, 55–58 (In Russian).