О соответствии сложности СФЭ и числа шагов машины Тьюринга

М. В. Носов[1]

В работе схематично доказывается интуитивно понятный факт о соответствии полиномиальной сложности СФЭ в базисе из штриха Шеффера полиномиальному числу шагов машины Тьюринга. Приведены числовые оценки.

Ключевые слова: сложность схемы, штрих Шеффера, машина Тьюринга.

Пусть дана СФЭ в базисе из штриха Шеффера, вычисляющая функцию алгебры логики $f(x_1, \ldots, x_n)$. Построим машину Тюринга, которая для любого булевского набора $(\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$ начальную конфигурацию $q_1\gamma_1 \ldots \gamma_n$ переводит в конфигурацию, в которой в заключительном состоянии q_0, считывающая головка остановилась на ячейке с содержимым $f(\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$.

Пусть схема состоит из k элементов. Расположим все входы и все элементы схемы последовательно. На первых n местах расположены входы $x_1, \ldots, x_n$, на $n+1$ месте находится первый элемент схемы, на $n+2$ - второй элемент схемы и т.д. Пусть i-ый элемент схемы имеет своими входами выходы элементов или входы схемы, стоящие на местах i_1 и $i_2, i_1 < i_2$.

Внешний алфавит A будем наращивать по мере построения машины, в начале $A \ni 0, 1, \lambda$, где λ-пустой символ. Множество состояний Q также будем наращивать. На первом этапе начальную конфигурацию $K_1 = q_1\gamma_1 \ldots \gamma_n$ переводит в конфигурацию $K_2 = q_l\gamma_1\lambda\gamma_2\lambda \ldots \lambda\gamma_n$. Эта несложная программа потребует константное число состояний C_1, число шагов не превышает C_2n^2, где C_2 - константа. Далее переведем конфигурацию K_2 в конфигурацию $K_3 = a_0\gamma_1 a_1\gamma_1\gamma 2 \ldots a_{n-1}\gamma_n a_n q_r$, где $a_0, a_1, \ldots, a_n$-новые буквы алфавита, число состояний не превысит C_3n,мощность алфавита не превысит $n + C_4$, общее число шагов - не более C_5n^2, где C_3, C_4, C_5-константы.

В ячейку, которую сейчас обозревает головка нобходимо поставить согласно схеме $(\delta_{i_1}|\delta_{i_2})$, где δ_{i_1} - содержимое левой ячейки от ячейки с символом a_{i_1}, δ_{i_2} -содержимое левой ячейки от ячейки с символом

[1] *Носов Михаил Васильевич* — с.н.с. каф. математической теории интеллектуальных систем мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: mvnosov@mail.ru.

Nosov Michail Vasilevich-senior researcher, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

a_{i_2}.Слева от ячейки, которую сейчас обозревает головка находится символ a_{i-1}. Множество состояний, которое сейчас появится будет разделено на группы. Используя первую группу состояний доходим до ячейки с символом a_{i_2} (достаточно 2 состояния для этого процесса) и не более i шагов. Если $\delta_{i_2} = 1$, то перейдем во вторую группу состояний, если $\delta_{i_2} = 0$, то перейдем в третью группу состояний, вернувшись в обеих случаях в ячейку с a_{i_2}. Далее в рамках каждой группы доходим до ячейки с символом a_{i_1}, в соседней левой ячейке находится δ_{i_1}. Если $\delta_{i_1} = 1$ и находимся во второй группе состояний, то переходим в четвертую группу состояний, во всех остальных случаях переходим в пятую группу. Обратно возвращаемся вправо к ячейке с содержимым a_{i-1}. в правую от неё ячейку ставим 1, если находимся в пятой группе состояний и ставим 0, если находимся в четвертоё группе, затем в соседнюю правую ячейку ставим a_i и попадаем в очередной цикл. Мощность каждой группы не превышает константу, число шагов не превышает $C_6 i$, C_6- константа. Число больших циклов k.

В итоге, число шагов машины Тьюринга не более $C_7(kn)^2 + C_8$ шагов, число состояний не более $C_9(k+n) + C_{10}$, мощность алфавита не более $C_{11}(k+n) + C_{12}$, $C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}$ - константы.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект».

On the correspondence between the complexity of the SFE and the number of steps of the Turing machine

Nosov M.V.

The work schematically proves an intuitive fact on the correspondence of the polynomial complexity of the SFE in the basis of the Schaeffer prime polynomial number of steps of the Turing machine. Numerical estimates are given.

Keywords: circuit complexity, Schaeffer's stroke, Turing machine.