

О формульном представлении функции Шеннона

М. В. Носов¹

В работе представлена формула, задающая функцию Шеннона для схем в базисе из штриха Шеффера.

Ключевые слова: штрих Шеффера, схема из функциональных элементов, функция Шеннона.

Пусть штрих Шеффера является базисом схем из функциональных элементов, пусть $f \in P_{2,n}$. Будем полагать, что схема обязательно содержит хотя бы один элемент, это условие коснётся только селекторов (их сложность будет равна 2). Представим сложность минимальной схемы f (см. Носов М.В. Об аналитическом представлении функции сложности минимальной схемы в базисе из штриха Шеффера. Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2017. Т.21, вып.2, М., С.193-196).

$$L_{\{\}}(f) = \sum_{p=n+1}^m F(f, p),$$
$$F(f, p) = \prod_{\substack{\{(i_l, j_l, l)\} \\ (l=n+1, \dots, m)}} \prod_{Y_m} \left(1 - \prod_{k=1}^{2^n} \prod_{l=n+1}^m A \times B \right),$$
$$A = \left(1 - (y_{kp} - f(y_{k1}, \dots, y_{kn}))^2 \right),$$
$$B = \left(1 - (y_{kl} - 1 + y_{ki} y_{kj})^2 \right),$$

где m такое натуральное число, что для любая булевская функция от n переменных реализуется схемой в базисе из штриха Шеффера, сложности не более $m - n$, $\{(i_l, j_l, l)\}$ множество троек натуральных чисел, $l = n + 1, \dots, m$, $i_l < l$, $j_l < l$, $Y_m = (y_{rt})$ -матрица размером $2^n \times n$, у которой первые n столбцов есть E_2^n , а остальные переменные свободные, принимающие значения $\{(0, 1)\}$. Функционал $F(f, p)$ таков, что

$$F(f, p) = 1 \iff p \leq L_{\{\}}(f),$$
$$F(f, p) = 0 \iff L_{\{\}}(f) < p \leq m.$$

¹Носов Михаил Васильевич — с.н.с. каф. математической теории интеллектуальных систем мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: mvnosov@mail.ru.

Nosov Michail Vasilevich-senior researcher, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

Следовательно,

$$\sum_{f \in P_{2,n}} F(f, p) = 0 \iff p > L(n),$$
$$\sum_{f \in P_{2,n}} F(f, p) \geq 1 \iff p \leq L(n).$$

Таким образом,

$$L(n) = m - \sum_{p=n+1}^m \int_0^1 \exp\{2\pi i(\sum_{f \in P_{2,n}} F(f, p))t\} dt.$$

On the formulaic representation of the Shannon function Nosov M.V.

The paper presents a formula for the Shannon function for schemes in the basis of the Schaeffer stroke.

Keywords: Schaeffer's stroke, schema of functional elements, Shannon function.