

## Доклады семинара «Вопросы сложности алгоритмов поиска»

В осеннем семестре 2020 – 2021 учебного года на научном семинаре «Вопросы сложности алгоритмов поиска» под руководством профессора Эльяра Эльдаровича Гасанова состоялось 11 докладов.

9 сентября 2020 года

### **О верхней оценке сложности расшифровки функций фиксированного веса запросами на сравнение**

асп. Быстрыгова А.В.

Доклад посвящен задаче точной расшифровки функций фиксированного веса запросами на сравнение: рассматривается класс функций, у которого в векторе значений ровно  $k$  единиц, каждый запрос, используемый при расшифровке, представляет собой пару наборов, ответ на запрос — знак разности значений функций на этих наборах, цель — восстановить вектор значений функции при помощи как можно меньшего числа запросов. В докладе представлен алгоритм нахождения единиц функции, а также приводятся точные оценки сложности расшифровки для  $k = 1, 2, 3$ .

16 сентября 2020 года

### **Поиск ближайшего соседа на прямой с помощью клеточного автомата с локаторами**

инженер-разработчик НКБ «НИР» Васильев Д.И.

В докладе рассматривается применение модели клеточного автомата с локаторами к задаче поиска ближайшего соседа на прямой.

Модель клеточного автомата с локаторами подразумевает возможность каждой ячейки автомата передавать через эфир сигнал на сколько угодно большие расстояния. В докладе демонстрируется, что эта возможность позволяет уменьшить сложность рассматриваемой задачи с линейной до логарифмической по сравнению с классической моделью клеточного автомата.

23 сентября 2020 года

## **Семантический анализ Правил дорожного движения**

инженер-разработчик НКБ «НИР» Менькин М. И.

Доклад посвящён семантическому анализу текста юридического документа на примере Постановления Правительства "О правилах дорожного движения". Вводится модель семантики правил дорожного движения, а именно теоретико-графовая модель дорожной ситуации, являющаяся основой для моделирования правил движения. Приводятся синтаксические шаблоны текста документа для манёвра "Уступить дорогу". Также определяются шаблоны правил как результат отображения отдельных правил из текста в модель дорожной ситуации.

30 сентября 2020 года

## **Верхние оценки энергопотребления в классе объёмных схем**

инженер-разработчик ООО «СТЦ» Ефимов А. А.

Ещё в середине XX века в связи с интенсивным развитием вычислительной техники возникла задача синтеза схем, вычисляющих булевы функции и операторы. Одной из основных и наиболее подробно исследованных моделей схем является схема из функциональных элементов (СФЭ). В качестве характеристики оптимальности СФЭ можно рассматривать потенциал — мера мощности, равная количеству элементов схемы, выдающих единицу на данном входном наборе.

При этом часто рассматривались схемы, в которых не учитывались вполне естественные ограничения на размещение элементов схемы в плоскости или пространстве, способы их соединения, разводка проводов и т.п. В действительности, любая схема состоит из отдельных элементарных частей (функциональных элементов), которые имеют определенную длину, ширину и соединяются проводниками, размеры которых следует учитывать.

Также одной из моделей схем, учитывающих данные ограничения, являются плоские схемы, которые были введены С.С. Кравцовым в 1967 году. В данном докладе рассматриваются объёмные схемы, являющиеся обобщением плоских схем в пространстве. Была получена верхняя

оценка потенциала. Отдельно был рассмотрен класс  $T_1$  схем, где длина дерева выходов минимальна. В данном классе получены верхние и нижние оценки, совпадающие по порядку.

7 октября 2020 года

## **Нижняя оценка сложности задачи поиска ближайшего соседа, с применением модели клеточного автомата с локаторами**

инженер-разработчик НКБ «НИР» Васильев Д.И.

Рассматривается применение модели клеточного автомата с локаторами к задаче поиска ближайшего соседа на прямой.

Модель клеточного автомата с локаторами подразумевает возможность каждой ячейки автомата передавать через эфир сигнал на сколько угодно большие расстояния. Показано, что эта возможность не позволяет уменьшить сложность рассматриваемой задачи до менее чем логарифмической.

14 октября 2020 года

## **Теорема о персистентных гомологиях графов внимания модели машинного обучения BERT**

инженер-разработчик Московского исследовательского центра Хуавэй  
Кушнарева Л. П.

В данный момент в сфере обработки текстов на естественном языке широко используются модели машинного обучения, основанные на механизме «внимания». Этот механизм помогает модели учитывать влияние контекста на семантику слов в тексте, что является важным условием для решения задач машинного перевода, детекции предложений, написанных со смысловыми ошибками, составления ответов на вопросы, сформулированные на естественном языке и т.п. Когда некоторое представление конкретного текста подается на вход такой модели, она строит взвешенные направленные графы, вершинами которых являются «токены» (слова/части слов и знаки препинания, из которых составлен текст). Вес каждого ребра (A, B) между двумя токенами A и B в таком графе представляет собой некую числовую оценку того, насколько смысловое значение токена A «влияет» на семантику значения токена B в данном контексте. Эти графы и называются графами «внимания»

(attention graphs). В связи с этим возникает естественный интерес к построению математических моделей этих графов, исследованию вопроса о том, какие их свойства можно выделить в рамках данных моделей, чему и посвящено данное исследование.

В данном докладе веса графов внимания смоделированы случайными величинами, и, соответственно, показана эмпирическая оценка параметров порождающего их вероятностного распределения. С помощью простых методов теории случайных графов дана асимптотическая оценка вероятности появления циклов и путей длины  $k$  в таких графах. Также дано краткое введение в персистентные гомологии — топологический инвариант, который широко используется в современном анализе данных как инструмент для выделения свойств графов и комплексов, построенных на основе данных вероятностной природы. Показано, как из оценки количества путей легко следует асимптотическая оценка размерности групп персистентных гомологий этих графов, как еще одной из их описательных характеристик.

11 ноября 2020 года

## **Расшифровка функций ограниченного веса запросами на сравнение**

асп. Быстрыгова А.В.

В докладе рассматривается задача точной расшифровки функций ограниченного веса запросами на сравнение. Класс функций ограниченного веса  $F(n, k, i)$  — множество булевых функций  $n$ -арности, у которых число единиц в векторе значений ограничено снизу числом  $i$ , а сверху — числом  $k$ . В докладе приводится точная оценка сложности расшифровки класса  $F(n, k, 0)$ , а также нижняя оценка сложности расшифровки класса  $F(n, k, k)$ . Обе эти оценки позволяют получить верхнюю и нижнюю оценку для класса  $F(n, k, i)$ , совпадающие по порядку —  $2^n$ .

18 ноября 2020 года

## **Верхняя оценка числа состояний клеточного автомата, реализующего двунаправленное движение на луче с половинной скоростью движения вперёд**

соискатель Кузнецова Е.В.

В докладе рассматривается движение точки на экране, который реализован, как клеточный автомат на бесконечной в правую сторону полосе шириной в одну клетку. Законом движения назовём последовательность, состоящую из символов  $f, s, b$  ( $f$ -forward,  $s$ -stop,  $b$ -back), кодирующих перемещение точки в каждый момент времени. Если в момент времени  $t$  точка сместилась на одну клетку вправо, то  $t$ -ый член последовательности примет значение  $f$ , если влево, то  $b$ , если никуда не сместилась –  $s$ .

Изучается класс законов движения этого автомата, для которых движение вперёд возможно со скоростью, не большей, чем  $1/2$ . При движении вперёд на одну клетку будет хотя бы одна пауза, то есть в законе движения перед  $f$  обязательно стоит  $s$ . Также возможно движение назад со скоростью  $1$ .

Построен клеточный автомат с пятью состояниями, реализующий законы движения из рассматриваемого класса.

25 ноября 2020 года

## **Нижняя оценка числа состояний клеточного автомата, реализующего двунаправленное движение на луче с половинной скоростью движения вперёд**

соискатель Кузнецова Е.В.

В докладе рассматривается движение точки на экране, который реализован, как клеточный автомат на бесконечной в правую сторону полосе шириной в одну клетку. Законом движения назовём последовательность, состоящую из символов  $f, s, b$  ( $f$ -forward,  $s$ -stop,  $b$ -back), кодирующих перемещение точки в каждый момент времени. Если в момент времени  $t$  точка сместилась на одну клетку вправо, то  $t$ -ый член последовательности примет значение  $f$ , если влево, то  $b$ , если никуда не сместилась –  $s$ .

Изучается класс законов движения этого автомата, для которых движение вперёд возможно со скоростью, не большей, чем  $1/2$ . При движении вперёд на одну клетку будет хотя бы одна пауза, то есть в законе движения перед  $f$  обязательно стоит  $s$ . Также возможно движение назад со скоростью 1.

Доказано, что невозможно построить клеточный автомат с количеством состояний, меньшим пяти, реализующий законы движения из рассматриваемого класса.

2 декабря 2020 года

## О характеристиках линейных клеточных автоматов, связанных с оценками минимального расстояния фрактальных квантовых кодов

к.ф.-м.н. Калачев Г.В.

Рассматриваются линейные клеточные автоматы (ЛКА) с двумя состояниями. Локальную функцию перехода ЛКА в  $k$ -мерном пространстве можно задать многочленом от  $k$  переменных над полем из двух элементов  $\mathbb{F}_2$ . Конфигурацию клеточного автомата также можно задать многочленом, и тогда глобальная функция перехода соответствует умножению на многочлен локальной функции переходов.

Для линейного клеточного автомата  $A_r$ , задаваемого многочленом  $r(x)$ , рассматриваются 3 характеристики, связанные со скоростью роста числа единиц в конфигурации:  $D_r(t)$ ,  $D_r^*(t)$  и  $\overline{D}_r(t)$ . Ниже приведены определения этих величин в терминах многочленов.

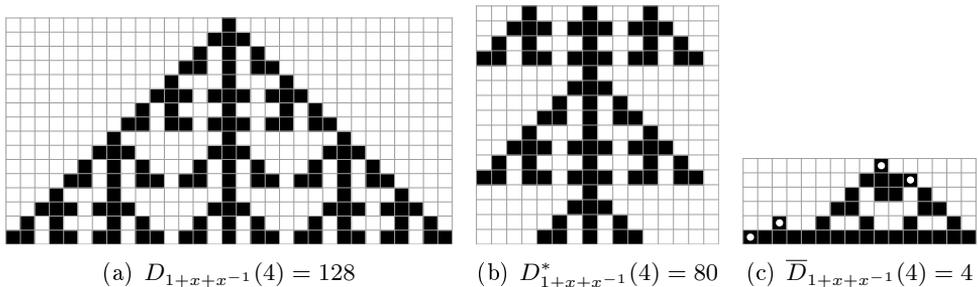


Рис. 1. Интерпретация величин  $D$ ,  $D^*$  и  $\overline{D}$  в терминах клеточных автоматов.

1)  $D_r(t) = \sum_{j=0}^{2^t-1} |r^j(t)|$  — число единиц в эволюции клеточного автомата на протяжении времени  $2^t$ , начиная с одной единичной клетки (рис. 1(a)).

$$2) D_r^*(t) = \min_{\substack{p \in \mathbb{F}_2[x]/(x^{2^t}-1), \\ |p| \equiv 1 \pmod{2}}} \left| p(x) \sum_{j=0}^{2^t-1} (r(x)/y)^j \bmod (x^{2^t}-1, y^{2^t}-1) \right|$$

— минимальное число клеток в эволюции клеточного автомата  $A_r$  в полосе ширины  $2^t$  с периодическими граничными условиями, на протяжении  $2^t$  тактов, начиная с конфигурации с нечётным числом единиц.

$$3) \bar{D}_r(t) = \min_{h \in \mathbb{F}_2[x,y]} \{ |h(x,y)| \mid h(x,r(x)) \equiv 1+x+\dots+x^{2^t-1} \pmod{x^{2^t}-1} \}.$$

Чтобы интерпретировать величину  $\bar{D}_r(t)$ , нужно рассмотреть автомат  $A_r$  с возможностью подавать на него управляющие сигналы. Один управляющий сигнал переключает состояние одной ячейки на противоположное.  $\bar{D}_r(t)$  — минимальное число управляющих сигналов, которые необходимо подать, чтобы перевести состояние 00...00 в состояние 11...11 в полосе шириной  $2^t$ . На рисунке 1(с) кружками отмечены места, где подаются управляющие сигналы. Для полосы ширины 16 достаточно 4 сигналов, чтобы получить конфигурацию из всех единиц.

Будут показаны связи между этими величинами и доказаны оценки для случая  $r(x) = 1+x+x^2$ , а также приведены некоторые гипотезы. В конце доклада будет рассказано о связи этих величин с квантовыми кодами.

9 декабря 2020 года

## Нижние оценки энергопотребления объемных схем

инженер-разработчик ООО «СТЦ» Ефимов А. А.

Ещё в середине XX века в связи с интенсивным развитием вычислительной техники возникла задача синтеза схем, вычисляющих булевы функции и операторы. Одной из основных и наиболее подробно исследованных моделей схем является схема из функциональных элементов (СФЭ). В качестве характеристики оптимальности СФЭ можно рассматривать сложность — количество функциональных элементов, содержащихся в схеме. Таким образом, под сложностью булевой функции или оператора

будем понимать минимальную сложность схемы, реализующую данную функцию или оператор.

При этом часто рассматривались схемы, в которых не учитывались вполне естественные ограничения на размещение элементов схемы в плоскости или пространстве, способы их соединения, разводка проводов и т.п. В действительности, любая схема состоит из отдельных элементарных частей (функциональных элементов), которые имеют определенную длину, ширину и соединяются проводниками, размеры которых следует учитывать.

Доклад посвящен объёмным схемам, которые определяются аналогично плоским схемам, но в манхэттенском пространстве. Под объёмной схемой понимается укладка схемы из функциональных элементов в пространстве. Объёмная схема состоит из кубических элементов. Каждый кубический элемент реализует булев оператор, у которого в сумме не более 6 входов и выходов. Также используется такая мера сложности схемы, как потенциал. Он равен среднему значению количества единиц на всех внутренних узлах схемы. Неформально говоря, потенциал играет роль средней “энергии” схемы, необходимой для её функционирования.

В докладе приводится нижняя оценка потенциала в классе булевых частичных операторов, которая совпадает с верхней оценкой по порядку.