Замечания к определению клеточного автомата с локаторами

Калачев Г.В.[1]

В работе [1] дано определение клеточного автомата с локаторами. В данной работе указаны некоторые неточности и недостатки этого определения и предлагаются уточнения, позволяющие избавиться от этих недостатков. Также приводятся примеры классов клеточных автоматов с локаторами, обладающих в определённом смысле хорошими свойствами.

Ключевые слова: клеточные автоматы, однородные структуры.

1. Введение

В статье [1] вводится понятие клеточного автомата (КА) с локаторами. Клеточный автомат с локаторами задаётся набором $(\mathbb{Z}^n, Q, V, E, +, L, \varphi, \psi)$. В КА с локаторами по сравнению с обычным КА $(\mathbb{Z}^n, Q, V, \varphi)$ добавляется эфир, в который различные элементарные автоматы могут отправлять сигналы из множества *сигналов вещания* E, вычисляемые *функцией вещания* ψ, а также принимать сигналы с заданных направлений. При этом отправленные в эфир сигналы суммируются с помощью полугрупповой коммутативной операции $+$, и локаторы принимают сумму сигналов из эфира с направлений, задаваемых телесными углами из множества L. КА с локаторами можно рассматривать, как математическую модель устройства, в котором есть как локальные взаимодействия между соседними элементами, так и нелокальные взаимодействия через эфир, который может быть реализован в виде некоторой подложки, суммирующей сигналы от элементов за счёт некоторого физического принципа. Такие устройства могут потенциально решать некоторые задачи более естественным образом, чем обычные клеточные

[1] *Калачев Глеб Вячеславович* — к.ф.-м.н., м.н.с. лаборатории проблем теоретической кибернетики мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: gleb.kalachev@yandex.ru.

Kalachev Gleb Vyacheslavovich — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Junior Researcher, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Problems of Theorecical Cybernetics Lab.

автоматы, где иногда приходится придумывать сложные алгоритмы, в том числе, чтобы передавать управляющие сигналы.

2. Определение клеточного автомата с локаторами по Гасанову

Напомним понятие клеточного автомата с локаторами, введённое Э.Э. Гасановым в [1].

Под *телесным углом* в $\mathbb{R}^k$ будем понимать часть пространства $\mathbb{R}^k$, которая является объединением всех лучей, выходящих из данной точки (*вершины угла*) и пересекающих некоторую гиперповерхность в $\mathbb{R}^k$. По определению будем считать, что вершина телесного угла не входит в телесный угол. В частности, в данной работе мы будем рассматривать два вырожденных случая: полный телесный угол, совпадающий с $\mathbb{R}^k$ без вершины угла, который будем обозначать через Ω, и телесные углы, равные одному лучу, такие телесные углы будем обозначать через вектора, являющиеся направляющими лучей.

Клеточным автоматом с локаторами называется восьмерка $\sigma = (\mathbb{Z}^k, E_n, V, E_q, +, L, \varphi, \psi)$, где $\mathbb{Z}^k$ — множество k-мерных векторов с целыми координатами, $E_n = \{0, 1, \ldots, n-1\}$, $V = (\alpha_1, \ldots, \alpha_{h-1})$ — упорядоченный набор попарно различных ненулевых векторов из $\mathbb{Z}^k$, $E_q = \{0, 1, \ldots, q-1\}$, $+$ — коммутативная полугрупповая операция, заданная на E_q, $L = (\nu_1, \ldots, \nu_m)$ — упорядоченный набор попарно различных телесных углов в $\mathbb{R}^k$ с вершиной в начале координат, φ — функция, зависящая от переменных $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}, z_1, \ldots, z_m$, $\varphi : E_n^h \times E_q^m \to E_n$, $\varphi(0, \ldots, 0) = 0$, ψ — функция, зависящая от переменных $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}$, $z_1, \ldots, z_m$, $\psi : E_n^h \times E_q^m \to E_q$. Элементы множества $\mathbb{Z}^k$ называются *ячейками* клеточного автомата σ; элементы множества E_n называются *состояниями ячейки* клеточного автомата σ; набор V называется *шаблоном соседства* клеточного автомата σ; элементы множества E_q называются *сигналами вещания*; набор L называется *шаблон локаторов* клеточного автомата σ; функция φ называется *локальной функцией переходов* автомата σ; функция ψ называется *функцией вещания* автомата σ; переменные $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}$ принимают значения из E_n, переменные $z_1, \ldots, z_m$ принимают значения из E_q. Состояние 0 интерпретируется как *состояние покоя*, а условие $\varphi(0, \ldots, 0) = 0$ — как условие сохранения состояния покоя.

Здесь нам нужно было вводить упорядочение шаблона соседства V и шаблон локаторов L для того, чтобы установить взаимно однозначное соответствие между векторами из V и телесными углами из L и переменными локальной функции переходов φ и функции вещания ψ соответственно $x_0, x_1, \ldots, x_{h-1}$ и $z_1, \ldots, z_m$. Это соответствие можно сделать более явным, если индексировать переменные функций φ и ψ самими векторами и телесными углами, т.е. считать, что локальная функция переходов φ и функция вещания ψ зависят от переменных $x_0, x_{\alpha_1}, \ldots, x_{\alpha_{h-1}}, z_{\nu_1}, \ldots, z_{\nu_m}$, здесь индекс первой переменной есть нулевой вектор $0 = (0, \ldots, 0) \in \mathbb{Z}^k$. Если договориться так индексировать переменные локальной функции переходов и функции вещания, то их можно записывать в любом порядке, и тогда можно воспринимать шаблон соседства и шаблон локаторов просто как множество, а не упорядоченный набор.

В дальнейшем мы так и будем поступать: воспринимать шаблон соседства как множество векторов, а шаблон локаторов как множество телесных углов и индексировать переменные локальной функции переходов и функции вещания векторами из шаблона соседства и телесными углами из шаблона локаторов. При этом мы часто будем опускать в индексах внешние круглые скобки у векторов. Например, если $k = 2$, $n = 2$, $q = 2$ и $V = \{(-1, 0), (1, 0)\}$, $L = \{\Omega, (0, 1)\}$, то пример локальной функции переходов может выглядеть так: $\varphi = x_{-1,0} \& z_\Omega \vee x_{1,0} \& z_{0,1}$.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$, ν — телесный угол с вершиной в начале координат, то через $\nu(\alpha)$ обозначим телесный угол, полученный параллельным переносом угла ν в точку α.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$ — ячейка клеточного автомата σ, то множество $V(\alpha) = \{\alpha, \alpha + \alpha_1, \ldots, \alpha + \alpha_{h-1}\}$ называется *окрестностью ячейки* α, а множество $L(\alpha) = \{\nu_1(\alpha), \ldots, \nu_m(\alpha_m)\}$ называется *локаторами ячейки* α.

Состоянием клеточного автомата с локаторами σ назовем пару (e, f), где e — произвольная функция, определенная на множестве $\mathbb{Z}^k$, принимающая значения из E_q, называемая *состоянием эфира*, f — произвольная функция, определенная на множестве $\mathbb{Z}^k$, принимающая значения из E_n и называемая *распределением состояний клеточного автомата с локаторами* σ. Такую функцию можно интерпретировать как некую мозаику, возникающую в k-мерном пространстве в результате приписывания каждой точке с целочисленными координатами некоторого состояния из множества E_n и некоторого сигнала из множества E_q. Множество всевозможных состояний клеточного автомата с локаторами обозначим Σ.

Если $\alpha \in \mathbb{Z}^k$, (e, f) — состояние клеточного автомата с локаторами σ, то значение $e(\alpha)$ называем *сигналом ячейки* α, *определяемым состоянием* (e, f), а значение $f(\alpha)$ — *состоянием ячейки* α, *определяемым состоянием* (e, f). Для каждого $i \in \{1, \ldots, m\}$ значение

$$s_i(\alpha) = \sum_{\beta \in \nu_i(\alpha) \cap \mathbb{Z}^k} e(\beta) \tag{1}$$

называем *значением локатора* ν_i*, определяемым состоянием* (e, f). Здесь суммирование сигналов осуществляется с помощью определяющей операции $+$ полугруппы E_q.

На множестве Σ определим *глобальную функцию переходов* Φ клеточного автомата с локаторами σ, полагая $\Phi(e, f) = (e', f')$, где $(e, f), (e', f') \in \Sigma$ и для любой ячейки $\alpha \in \mathbb{Z}^k$ выполняются тождества

$$f'(\alpha) = \varphi(f(\alpha), f(\alpha + \alpha_1), \ldots, f(\alpha + \alpha_{h-1}), s_1(\alpha), \ldots, s_m(\alpha)), \quad (2)$$

$$e'(\alpha) = \psi(f(\alpha), f(\alpha + \alpha_1), \ldots, f(\alpha + \alpha_{h-1}), s_1(\alpha), \ldots, s_m(\alpha)). \quad (3)$$

Содержательная интерпретация отображения Φ такова, что сигнал каждой ячейки и состояние каждой ячейки "после перехода" определяется по состоянию упорядоченной окрестности ячейки и по значениям локаторов "до перехода" с помощью законов ψ и φ одинаково для всех ячеек.

Поведениями клеточного автомата с локаторами σ называем такие последовательности $(e_0, f_0), (e_1, f_1), (e_2, f_2), \ldots$ его состояний, для которых выполняется $(e_{i+1}, f_{i+1}) = \Phi(e_i, f_i)$ для всех $i = 0, 1, 2, \ldots$, причем (e_i, f_i) называется *состоянием клеточного автомата с локаторами* σ *в момент* i, а (e_0, f_0) также называется *начальным состоянием клеточного автомата с локаторами* σ.

Состояние клеточного автомата, у которого лишь конечное число ячеек находится в отличном от 0 состоянии и сигналы всех ячеек равны нулю, назовем *конфигурацией*. Множество конфигураций будем обозначать через Σ'.

Если задано некоторое состояние клеточного автомата, то ячейки, находящиеся в отличном от 0 состоянии, будем называть *активными*.

3. Поправки к определению

3.1. Ограничения на телесные углы

Согласно определению в разделе 2, телесный угол — это объединение лучей, пересекающих некоторую гиперповерхность. Однако даже в 2-мерном случае угол задаётся вещественным числом, и это позволяет закодировать в угол бесконечное количество информации. Для 2-мерного случая предлагается ограничить множество телесных углов множеством углов, ограниченным лучами, проходящими через точки с рациональными координатами.

Для многомерного случая здесь ещё больше свобода выбора для телесного угла. Здесь можно также наложить ограничение, что граница телесного угла должна состоять из гиперплоскостей, натянутых на точки с целочисленными координатами. Заметим, что допускаются вырожденные телесные углы, полностью содержащиеся в подпространстве меньшей размерности. На такие углы также можно наложить ограничения, что их границы в этом подпространстве должны быть частями гиперплоскостей этого подпространства, задаваемых линейными уравнениями с целыми коэффициентами.

3.2. Ограничения на полугруппу и функцию вещания

Поскольку в определении самого клеточного автомата требуется наличие нулевого состояния, которое сохраняется функцией перехода, то вполне естественно потребовать то же самое и для алфавита эфира. Формально, в [1] само множество E всегда имеет вид $\{0, .., q-1\}$, и всегда содержит 0, но отсутствует требование, что $0 + x = 0$. Предлагается не требовать, чтобы E всегда имело вид $\{0, ..., q-1\}$, а могло содержать элементы произвольной природы (кроме чисел часто бывает удобно использовать пары или наборы чисел), но потребовать, чтобы полугруппа $(E, +)$ была моноидом, то есть, чтобы был нейтральный элемент $0 \in E$, $0 + x = x$.

В [1] накладывается ограничение на функцию перехода: $\varphi(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = 0$. Вполне естественно наложить аналогичное ограничение и на функцию эфира:

$$\psi(\mathbf{0}, \nu) = 0,$$

то есть неактивная ячейка, у которой нет активных соседей, не может посылать сигналы в эфир.

3.3. Частичная определённость глобальной функции перехода

В формуле (1) определяется значение локатора $s_i(\alpha)$, которое равно сумме бесконечного количества слагаемых по целочисленным точкам телесного угла, где в качестве сложения используется полугрупповая операция. Бесконечная сумма здесь понимается в обычном смысле (как предел частичных сумм) с уточнением, что на множестве E введена дискретная топология. В данном случае, чтобы рад сходился, нужно, чтобы начиная с некоторого момента частичные суммы были равны константе, которая и является суммой ряда.

Эта сумма может быть не определена, если в сумме участвует бесконечное число ненулевых слагаемых. В общем случае значение локатора будет частично определённой функцией, вследствие чего глобальная функция перехода автомата с локаторами будет также частично определённой. Однако даже здесь требуется обоснование корректности, а именно, что сходимость ряда (1) и значение суммы не зависит от порядка слагаемых (в случае числовых рядов это выполняется только для абсолютно сходящихся рядов).

Утверждение 1. *Пусть $(E, +)$ — коммутативная полугруппа с дискретной топологией. Пусть $\{x_j\}_{j=1}^{\infty}$ — последовательность элементов E, $\{y_j\}_{j=1}^{\infty}$ — её перестановка ($y_j = x_{i_j}$). Тогда если один из рядов $\sum_{j=1}^{\infty} x_j$ и $\sum_{j=1}^{\infty} y_j$ сходится, то сходится и второй и их суммы совпадают.*

Доказательство. Будем доказывать от противного. Без ограничения общности предположим, что $\sum_{j=1}^{\infty} y_j = a$, а ряд $\sum_{j=1}^{\infty} x_j$ либо расходится, либо его сумма не равна a. Это означает, что в последовательности частичных сумм $(X_n)_{n=1}^{\infty}$, $X_n = \sum_{j=1}^{n} x_j$ бесконечное число раз встречаются элементы отличные от a. Поскольку первый ряд сходится, то существует N_0 такое, что для всех $n \geq N_0$ все частичные суммы $Y_n = \sum_{j=1}^{n} y_j$ равны a. Это означает, что $a + y_j = a$ для всех $j > N_0$.

Обозначим $K_n = \{j \mid i_j \leq n\}$. Возьмём такое $N \geq \max_{j \leq N_0} i_j$, что $X_N = b \neq a$. По построению $1, 2, ..., N_0 \in K_N$. Значит

$$b = X_N = \sum_{j=1}^{N} x_j = \sum_{k \in K_N} y_k = \sum_{k=1}^{N_0} y_j + \sum_{j > N_0, j \in K_N} y_j = a + \sum_{j > N_0, j \in K_n} y_j = a.$$

Но по предположению $b \neq a$ — противоречие. Значит $\sum_{j=1}^{\infty} x_n = a$, что и требовалось. □

Отметим, что с учётом предыдущих поправок для конфигураций (состояний, где лишь конечное количество активных ячеек), глобальная функция определена, поскольку лишь клетки в отличном от 0 состоянии могут посылать в эфир сигналы. Однако рассмотрим такой КА с локаторами:

$$\sigma = (\mathbb{Z}, \{0, 1\}, \varnothing, \{0, 1\}, \{\Omega\}, \max, \max),$$

где Ω соответствует локатору, принимающему сигналы со всех направлений.

Пусть вначале ровно одна ячейка находится в состоянии 1, и таким образом состояние является конфигурацией. Тогда в эфире будет сигнал $\max(0, 1) = 1$, и все ячейки в следующий такт получат сигнал 1 из эфира, и перейдут в состояние 1, в результате чего полученное состояние уже не будет конфигурацией. Если же в качестве полугрупповой операции взять $\oplus$ вместо $\max$, то функционирование в первый такт будет таким же, а во второй такт уже функция перехода будет не определена.

4. Классы КА с локаторами, представляющие интерес

4.1. Классы, решающие проблему частичной определённости функции перехода

Учитывая пример из раздела 3.3, важно выделить классы КА с локаторами $(\mathbb{Z}, Q, V, E, +, L, \varphi, \psi)$, когда гарантируется определённость глобальной функции перехода в любой момент времени для некоторого класса начальных условий.

4.1.1. Идемпотентный моноид

Рассмотрим случай, когда моноид $(E, +)$ идемпотентный (является полурешёткой), то есть для любого $x \in E$ выполнено $x + x = x$. В этом случае сумма бесконечного числа элементов зависит лишь от множества слагаемых, присутствующих в сумме, и таким образом сводится к конечной сумме. Поэтому выполнено следующее утверждение.

Утверждение 2. *Если моноид $(E, +)$ идемпотентный, то глобальная функция перехода КА с локаторами $\sigma = (\mathbb{Z}, Q, V, E, +, L, \varphi, \psi)$ всюду определена.*

Например, если E — линейно упорядоченное множество, то $(E, \max)$ — идемпотентный моноид с нейтральным элементом $\min E$.

4.1.2. Финитные КА с локаторами

Если любая конфигурации S КА с локаторами σ переводится глобальной функцией переходов Φ в конфигурацию, будем автомат σ называть *финитным.*

Утверждение 3 (Достаточное условие финитности КА с локаторами)**.** *Пусть для КА с локаторами $\sigma = (\mathbb{Z}^n, Q, V, E, +, \{\nu_1, ..., \nu_m\}, \varphi, \psi)$ выполнено:*

$$\text{если } \varphi(\vec{\mathbf{0}}, (e_1, ..., e_m)) \neq 0, \text{ то } \bigcap_{i: e_i \neq 0} \nu_i = \varnothing.$$

Тогда σ — финитный.

В формулировке этого утверждения важно, что мы исключаем из телесного угла его вершину, иначе пересечение телесных углов ν_i всегда содержало бы начало координат.

Доказательство. Рассмотрим произвольную конфигурацию s, A — множество активных ячеек, и ячеек, у которых есть активные соседи, r — максимальное евклидово расстояние между элементами A.

Допустим, что $\Phi(s)$ не является конфигурацией. В этом случае есть бесконечное множество M ячеек, у которых в конфигурации s не было активных соседей, и которые стали активными в конфигурации $\Phi(s)$. Для каждой ячейки x из M рассмотрим множество её активных локаторов $a(x)$ и выберем такое множество локаторов $L' \subset L$, которое встречается бесконечное число раз среди $a(x)$ при $x \in M$. Пусть $M' = \{x \in M : a(x) = L'\}$.

Без ограничения общности будем считать, что $L' = \nu_1, ..., \nu_k$. Из условия утверждения следует, что $\bigcup_{j=1}^{k} \nu_j = \varnothing$.

Пусть S — единичная сфера в $\mathbb{R}^n$, $P = \prod_{j=1}^{k}(\nu_{i_j} \cap S)$. Покажем, что

$$\hat{d} := \inf_{p \in P} \max_{1 \le j, j' \le k} \|p_j - p_{j'}\| > 0, \tag{4}$$

где $\|\cdot\|$ — евклидова норма.

Заметим, что каждое множество $\nu_{i_j} \cap S$ компактно, поэтому компактно и их произведение P, поэтому на нём непрерывная функция $d(p) := \max_{j \neq j'} \|p_j - p_{j'}\|$ достигает своего минимума. Допустим, что этот минимум равен 0. Тогда существует $p \in P$, $p_j \in \nu_j$ и $p_j = p_{j'}$ для всех $1 \le j, j' \le k$, то есть $p_1 = ... = p_k \in \bigcap_{j=1}^{k} \nu_j = \varnothing$ — противоречие. Значит (4) выполнено.

Поскольку множество M' бесконечно, то найдётся элемент $x \in M'$, находящийся на расстоянии $D > r/d$ от множества A. Поскольку у ячейки x локаторы $\nu_1, ..., \nu_k$ активны, то существуют элементы $y_1, ..., y_k \in A$ такие, что $v_j = y_j - x \in \nu_j$. Положим $p_j = \frac{v_j}{\|v_j\|}$. Тогда для любых $1 \le i, j \le k$ выполнено:

$$\begin{aligned} \|p_i - p_j\|^2 = \|p_i\|^2 + \|p_j\|^2 - 2(p_i, p_j) = 2 - 2\frac{(v_i, v_j)}{\|v_i\|\|v_j\|} \le \\ \le \frac{\|v_i\|}{\|v_j\|} + \frac{\|v_j\|}{\|v_i\|} - 2\frac{(v_i, v_j)}{\|v_i\|\|v_j\|} = \frac{\|v_i - v_j\|^2}{\|v_i\|\|v_j\|} \le \\ \le \frac{\|v_i - v_j\|^2}{D^2} = \frac{\|y_i - y_j\|^2}{D^2} \le \frac{r^2}{D^2} < d^2. \end{aligned}$$

Таким образом, $\max_{1 \le i,j \le k} \|p_i - p_j\| < d$. С другой стороны, $p_j \in \nu_j \cap S$, то есть $p = (p_1, ..., p_k) \in P$ — противоречие с (4). Значит предположение неверно, и $\Phi(s)$ является конфигурацией. Утверждение доказано. □

4.2. Класс с простой физической реализацией

Наиболее естественно представлять реализацию КА с локаторами в виде чипа. В качестве эфира должна быть некоторое устройство, «суммирующее» неограниченное количество электрических сигналов. В качестве такого устройства может выступать проводник, подключённый ко всем выходам элементов, которые нужно суммировать, и подключённый к усилителю, выход которого подключён ко входам-локаторам всех элементов. Таким образом, если один из элементов послал в эфир сигнал, этот сигнал усилится и на локаторы всех элементов придёт сигнал 1. Если же все элементы выдали 0, то и из эфира придёт 0. Таким образом можно реализовать операцию max от неограниченного числа аргументов, принимающих значения из множества $\{0,1\}$.

Однако для КА с локаторами требуется уметь вычислять $\max_{j\neq i} a_j$ для всех $i = 1, ..., m$. Можно заметить, что

$$\max_{j\neq i} a_j = \min\Big(\sum_{j\neq i} a_j, 1\Big) = \min\Big(\min\Big(\sum_{j=1}^{m} a_j, 2\Big) - a_i, 1\Big).$$

Операцию $M_2(a_1, ..., a_n) = \min\big(\sum_{j=1}^{m} a_j, 2\big)$ также возможно реализовать, но сложнее, чем операцию max. Например, это можно сделать следующим образом. Каждый вход, представляющий аргумент операции, равный 1, выдаёт ограниченный ток на провод, соединяющий все аргументы, и подключённый к нулевому проводу через резистор. В зависимости от числа входов, равных 1, на соединяющем проводнике будет различное напряжение. Сам проводник можно подключить к двум компараторам, из которых один срабатывает при напряжении, когда хотя бы один вход активен, а второй срабатывает при напряжении, когда хотя бы 2 входа активны. Используя результаты сравнения с компараторов, легко получить значение функции M_2. Затем по общему проводу можно подвести результат $s = M_2(a_1, ..., a_m)$ обратно ко всем ячейкам, и i-й ячейке вычислить $\min(s - a_i, 1)$, получим таким образом в i-й ячейке требуемый результат $\max_{j\neq i} a_j$.

Используя n таких схем можно реализовать операцию Max на множестве $\{0,1\}^n$, которая представляет собой покомпонентную операцию max:

$$\mathrm{Max}((a_1^1, ..., a_n^1), \cdots, (a_1^m, ..., a_n^m)) = (\max(a_1^1, ..., a_1^m), \cdots, \max(a_n^1, ..., a_n^m)).$$

Используя такую операцию Max и обычные функциональные элементы реализуем произвольный идемпотентный коммутативный моноид $(E, +)$, где $|E| = n < \infty$. Для этого закодируем ненулевые элементы E наборами $(1, 0, ..., 0)$, $(0, 1, 0, ..., 0)$, ..., $(0, ..., 0, 1) \in \{0,1\}^{n-1}$, а $0 \in E$ закодируем набором из всех нулей. Пусть v — описанная функция кодировки. Для множества $E' = \{e_1, ..., e_m\} \subseteq E$ определим $\hat{v}(E') = \mathrm{Max}_{e\in E'} v(e)$. В наборе $\hat{v}(E')$ единицы стоят на позициях, соответствующих ненулевым элементам множества E'. Реализуем булев оператор $F : \hat{v}(E') \mapsto v(\sum_{e\in E'} e)$ обычной СФЭ. Используя идемпотентность моноида, для произвольного числа аргументов получим

$$v\Big(\sum_{i\in I} e_i\Big) = v\Big(\sum_{e\in\{e_i\mid i\in I\}} e\Big) = F(\hat{v}(\{e_i \mid i\in I\})) = F(\operatorname*{Max}_{i\in I} v(e_i)).$$

Итак, мы получили, что для любого конечного идемпотентного моноида можно реализовать его полугрупповую операцию от неограниченного числа элементов, используя фиксированную СФЭ и несколько проводников, подключённых ко всем элементам, выходы которых суммируются.

Это как раз класс моноидов из пункта 4.1.1, для которых глобальная функция переходов всюду определена. С реализацией локаторов всё обстоит хуже. Проводник проводит одинаково во все стороны. Если же использовать диоды, пропускающие ток только в одну сторону, глубина схемы тут же станет линейной по числу аргументов, и здесь уже нельзя говорить, что сигнал по эфиру распространяется мгновенно, таким образом теряется смысл использования данной модели. Поэтому описанным способом можно реализовать лишь телесные углы, совпадающие с подпространствами. Например, Ω реализуется, если соединить пластиной выходы всех ячеек. Можно сделать слой с множеством проводов, идущих в одном направлении, и таким образом будет реализовываться локатор $\{v, -v\}$, где v — направление проводов в данном слое.

Для реализации других локаторов требуется использовать какие-то другие физические принципы, выходящие за рамки обычной схемотехники.

Список литературы

[1] Гасанов Э.Э., “Клеточные автоматы с локаторами”, *Интеллектуальные системы. Теория и приложения*, **22**:2 (2020), 119–132.

Remarks on the definition of cellular automaton with locators

Kalachev G.V.

In [1], a cellular automaton with locators is defined. In this paper we indicate some inaccuracies and issues of this definition and clarify it to get rid of these issues. We also give examples of cellular automata classes with locators that have good properties in a certain sense.

Keywords: cellular automata, homogeneous structures.