# О количестве регулярных языков, представимых в групповых гиперавтоматах

Самоненко И.Ю.

Назовем гиперавтоматом конечный автомат, состояниями которого являются множества состояний некоторого конечного автомата. Гиперавтомат называется групповым, если полугруппа автомата, на базе которого он построен, является группой. В работе изучается вопрос о максимальном количестве регулярных языков, представимых в групповых гиперавтоматах.

**Ключевые слова:** конечные автоматы, гиперавтоматы, регулярные языки, конечные группы.

Пусть $X$ - конечное множество и $s$ - натуральное число. Обозначим $X^{\{s\}} = \{T \subset X||T| \leq s\}$ - множество всех подмножеств $X$, состоящее не более чем из $s$ элементов.

Пусть $\mathfrak{A} = (A, Q, \varphi)$ - конечный автомат. Обозначим

$$\mathfrak{A}^{\{s\}} = (A, Q^{\{s\}}, \varphi^{\{s\}}),$$

где

$$\varphi^{\{s\}}(\{q_1, \ldots, q_k\}, a) = \{\varphi(q_1, a), \ldots, \varphi(q_k, a)\},$$

при $k \leq s$. Доопределим $\varphi^{\{s\}}(\emptyset, a) = \emptyset$. Автомат $\mathfrak{A}^{\{s\}}$ будем называть гиперавтоматом (3 типа) степени $s$. Автомат $\mathfrak{A}$ назовем базой гиперавтомата $\mathfrak{A}^{\{s\}}$.

*Замечание.* Помимо гиперавтоматов построенных на множествах состояний исходного автомата (3 тип), также можно рассматривать гиперавтоматы, построенные на векторах состояний исходного автомата (1 тип) и на множествах с повторениями состояний исходного автомата (2 тип)[4]. В данной работе рассматриваются только гиперавтоматы 3 типа.

Пусть $\mathfrak{A} = (A, Q, \varphi)$ - конечный автомат, $q_0 \in Q$ и $F \subseteq Q$, тогда через $L(\mathfrak{A}, q_0, F)$ обозначим регулярный язык, представимый в автомате $\mathfrak{A}$ при помощи начального состояния $q_0$ и множества финальных состояний $F$. Через $L(\mathfrak{A}) = \{L(\mathfrak{A}, q_0, F) | q_0 \in Q, F \subseteq Q\}$ обозначим множество всех регулярных языков, представимых в автомате $\mathfrak{A}$.

Назовем язык $L \subseteq A^*$ тривиальным, если $L = \emptyset$ или $L = A^*$. В противном случае язык $L$ - нетривиальный.

Через $\Omega_n$ - обозначим множество всех групповых автоматов с $n$ состояниями и $|A| \geq 2$ [1]. Через $\Omega_n^{\{s\}} = \{\mathfrak{A}^{\{s\}} | \mathfrak{A} \in \Omega_n\}$ - обозначим множество всех гиперавтоматов степени $s$, базами для которых являются групповые автоматы с $n$ состояниями.

Изучение альтернативных способов представления регулярных языков в конечных автоматах является актуальной задачей [2],[3].

Цель данной работы — изучить вопросы представления регулярных языков в групповых гиперавтоматах и найти оценку максимального количества регулярных языков, представимых в одном групповом гиперавтомате:

$$N(n, s) = \max_{\mathfrak{A}^{\{s\}} \in \Omega_n^{\{s\}}} |L(\mathfrak{A}^{\{s\}})|.$$

**Лемма 1.** Пусть $\mathfrak{A} = (A, Q, \varphi) \in \Omega_n$, нетривиальный язык $L = L(\mathfrak{A}^{\{s\}}, \tilde{p_0}, F_1)$ и $|\tilde{p_0}| = k > \frac{n}{2}$, тогда существуют состояние $\tilde{p}'_0 \in Q^{\{s\}}$ и такое множество финальных состояний $F'_1 \subset Q^{\{s\}}$, такие что $|\tilde{p}'_0| < \frac{n}{2}$ и $L = L(\mathfrak{A}^{\{s\}}, \tilde{p}'_0, F'_1)$.

**Доказательство.** Пусть $F_1 = \{\tilde{p}_1, \ldots, \tilde{p}_r\}$. В силу того, что автомат $\mathfrak{A}$ - групповой, без ограничения общности можем считать, что $k = |\tilde{p}_0| = |\tilde{p}_1| = \cdots = |\tilde{p}_r|$. Положим $\tilde{p}'_i = Q \setminus \tilde{p}_i$, $(0 \leq i \leq r)$. Для любого $\alpha \in L$ имеем $\varphi^{\{s\}}(\tilde{p}_0, \alpha) = \tilde{p}_t$ тогда и только тогда, когда $\varphi^{\{s\}}(\tilde{p}'_0, \alpha) = \tilde{p}'_t$. Следовательно $L = L(\mathfrak{A}^{\{s\}}, \tilde{p}'_0, F'_1)$. ■

Через $\mathfrak{S}_n = (A, Q, \varphi)$ обозначим произвольный групповой автомат с $n$ состояниями, реализующий симметрическую группу на множестве своих состояний.

**Лемма 2**. Для произвольного автомата $\mathfrak{S}_n^{\{s\}}$, для любых состояний $\tilde{q}_1, \ldots, \tilde{q}_r, \tilde{p}_1, \ldots, \tilde{p}_r \in Q^{\{s\}}$, таких что $|\tilde{p}_i| = |\tilde{q}_i|$ $(1 \leq i \leq r)$, $\tilde{q}_i \cap \tilde{q}_j = \emptyset$ и $\tilde{p}_i \cap \tilde{p}_j = \emptyset$ $(1 \leq i < j \leq r)$ существует слово $\beta \in A^*$, такое что $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_i, \beta) = \tilde{p}_i$

**Доказательство.** Пусть

$$\tilde{q}_i = \{q_{i,1}, \ldots, q_{i,t_i}\}, \quad \tilde{p}_i = \{p_{i,1}, \ldots, p_{i,t_i}\}.$$

По условию все $q_{i,j}$ - разные и все $p_{i,j}$ - разные. В силу того, что автомат $\mathfrak{S}_n$ реализует симметрическую группу, то существует слово $\beta$, такое что

$$\varphi(q_{i,j}, \beta) = p_{i,j}.$$

Очевидно, что для данного $\beta$ имеем

$$\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_i, \alpha) = \tilde{p}_i.$$

■

Предположим, что некоторый регулярный язык $L$ задается разными способами в одном и том же гиперавтомате $\mathfrak{S}_n^{\{s\}}$ при помощи разных начальных состояний $\tilde{q}_1$ и $\tilde{q}_2$, т.е.

$$L = L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q}_1, F_1) = L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q}_2, F_2).$$

Рассмотрим произвольные финальные состояния $\tilde{q}_3 \in F_1$ и $\tilde{q}_4 \in F_2$, соответствующие одному и тому же слову $\alpha \in L$, т.е. $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_1, \alpha) = \tilde{q}_3$ и $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_2, \alpha) = \tilde{q}_4$ и предположим, что $Q \setminus (\tilde{q}_3 \cup \tilde{q}_4) \neq \emptyset$. Данные условия будут общими в формулировках леммы 3, леммы 4, леммы 5, утверждения 1 и утверждения 2.

Далее будет доказан ряд лемм, в которых будет показано, что если существуют $q_1 \in \tilde{q}_3$ и $q_0 \in Q \setminus \tilde{q}_3$, то

$$\tilde{q} = \tilde{q}_3 \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\} \in F_1.$$

Доказательства будут зависеть от взаимного расположения состояний $\tilde{q}_3$, $\tilde{q}_4$, $q_0$ и $q_1$. Существует 8 различных вариантов (Рис. 1.)

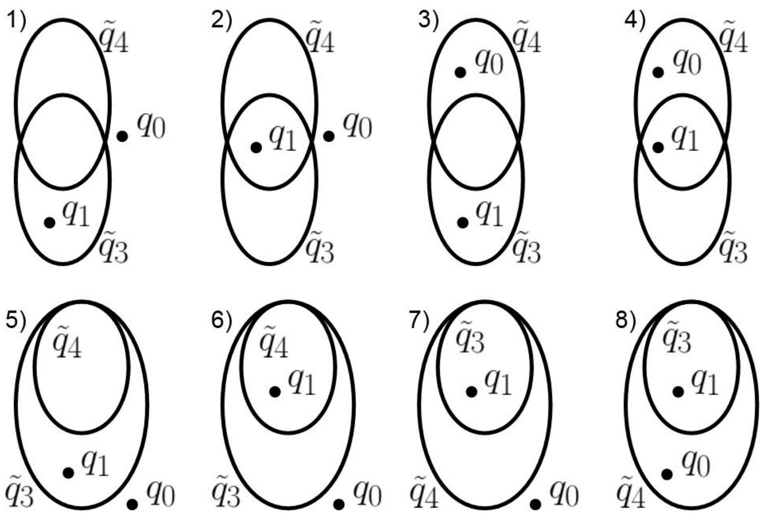


Рис. 1.

Заметим, что в силу того, что автомат $\mathfrak{S}_n$ - групповой, то для любого $\tilde{q} \in Q^{\{s\}}$ и любого слова $\alpha \in A^*$ имеем $|\tilde{q}| = |\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}, \alpha)|$.

**Лемма 3** (Разбор вариантов 1 и 5). В указанных выше условиях предположим, что $q_1 \in \tilde{q}_3 \setminus \tilde{q}_4$ и $q_0 \in Q \setminus (\tilde{q}_3 \cup \tilde{q}_4)$. Тогда $\tilde{q} = \tilde{q}_3 \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\} \in F_1$.

**Доказательство.** Рассмотрим $q_3 \in \tilde{q}_1 \setminus \tilde{q}_2$, такой что $\varphi(q_3, \alpha) = q_1$. В силу того, что:

$$
\begin{aligned}
&|\tilde{q}_2 \setminus \tilde{q}_1| = |\tilde{q}_4 \setminus \tilde{q}_3|,\\
&|\tilde{q}_2 \cap \tilde{q}_1| = |\tilde{q}_4 \cap \tilde{q}_3|,\\
&|\tilde{q}_1 \setminus (\tilde{q}_2 \cup \{q_3\})| = |\tilde{q}_3 \setminus (\tilde{q}_4 \cup \{q_1\})|.
\end{aligned}
$$

по лемме 2 существует слово $\beta$ (Рис. 2.), такое что:

$$
\begin{aligned}
&\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_2 \setminus \tilde{q}_1, \beta) = \tilde{q}_4 \setminus \tilde{q}_3,\\
&\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_2 \cap \tilde{q}_1, \beta) = \tilde{q}_4 \cap \tilde{q}_3,\\
&\varphi^{\{s\}}(\tilde{q}_1 \setminus (\tilde{q}_2 \cup \{q_3\}), \beta) = \tilde{q}_3 \setminus (\tilde{q}_4 \cup \{q_1\}),\\
&\varphi^{\{s\}}(\{q_3\}, \beta) = \{q_0\}.
\end{aligned}
$$

Из первых двух условий следует, что $\varphi_s(\tilde{q}_2, \beta) = \varphi_s(\tilde{q}_2 \setminus \tilde{q}_1, \beta) \cup \varphi_s(\tilde{q}_2 \cap \tilde{q}_1, \beta) = (\tilde{q}_4 \setminus \tilde{q}_3) \cup (\tilde{q}_4 \cap \tilde{q}_3) = \tilde{q}_4$, поэтому $\beta \in L$.

Из второго, третьего и четвертого условия следует, что: $\varphi_s(\tilde{q}_1, \beta) = \tilde{q}_3 \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\}$. И в силу того, что $\beta \in L$ получаем, что $\tilde{q} = \varphi_s(\tilde{q}_1, \beta) \in F_1$.

Заметим, что в рассуждениях допускается $\tilde{q}_4 \setminus \tilde{q}_3 = \emptyset$, т.е. вариант 5 также разобран.■

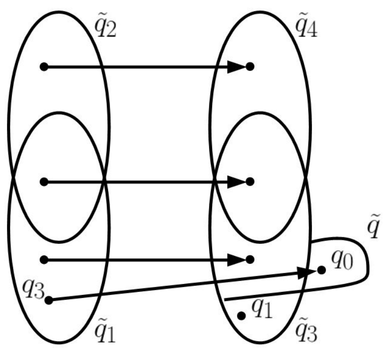


Рис. 2.

**Лемма 4** (Разбор варианта 3). В указанных выше условиях, предположим, что $q_1 \in \tilde{q}_3 \setminus \tilde{q}_4$ и $q_0 \in \tilde{q}_4 \setminus \tilde{q}_3$.

**Доказательство.** В силу того, $Q \setminus (\tilde{q_3} \cup \tilde{q_3}) \neq \emptyset$, рассмотрим произвольное состояние $q_2 \in Q \setminus (\tilde{q_3} \cup \tilde{q_3})$. По лемме 3, при взаимной замене в условии $F_1$ и $F_2$, $\tilde{q_1}$ и $\tilde{q_2}$, $\tilde{q_3}$ и $\tilde{q_4}$, рассмотрении $\tilde{q_5}$ вместо $\tilde{q}$, рассмотрении $q_0$ вместо $q_1$ и рассмотрении $q_2$ вместо $q_0$ имеем, что существует слово $\beta$, для которого $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_1}, \beta) = \tilde{q_3}$ и $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_2}, \beta) = \tilde{q_5}$, где $\tilde{q_5} = \tilde{q_4} \cup \{q_2\} \setminus \{q_0\}$. Теперь еще раз можно воспользоваться леммой 3, но уже при условии, что мы рассматриваем $\tilde{q_5}$ вместо $\tilde{q_4}$. Получим, состояние $\tilde{q} = \tilde{q_3} \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\} \in F_1$. ■

**Лемма 5** (Разбор вариантов 4 и 8). В указанных выше условиях, предположим, что $q_1 \in \tilde{q_3} \cap \tilde{q_4}$ и $q_0 \in \tilde{q_4} \setminus \tilde{q_3}$.

**Доказательство**. Рассмотрим $q_2 \in \tilde{q_1} \cap \tilde{q_2}$ и $q_3 \in \tilde{q_2} \setminus \tilde{q_1}$, такие что $\varphi(q_2, \alpha) = q_1$ и $\varphi(q_3, \alpha) = q_0$. В силу того, что:

$$
\begin{array}{l}
|\tilde{q_2} \setminus (\tilde{q_1} \cup \{q_3\})| = |\tilde{q_4} \setminus (\tilde{q_3} \cup \{q_0\}|, \\
|(\tilde{q_2} \cap \tilde{q_1}) \setminus \{q_2\}| = |(\tilde{q_4} \cap \tilde{q_3}) \setminus \{q_1\}|, \\
|\tilde{q_1} \setminus \tilde{q_2}| = |\tilde{q_3} \setminus \tilde{q_4}|.
\end{array}
$$

по лемме 2 существует слово $\beta$, такое что:

$$
\begin{array}{l}
\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_2} \setminus (\tilde{q_1} \cup \{q_3\}), \beta) = \tilde{q_4} \setminus (\tilde{q_3} \cup \{q_0\}), \\
\varphi^{\{s\}}((\tilde{q_2} \cap \tilde{q_1}) \setminus \{q_2\}, \beta) = (\tilde{q_4} \cap \tilde{q_3}) \setminus \{q_1\}, \\
\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_1} \setminus \tilde{q_2}, \beta) = \tilde{q_3} \setminus \tilde{q_4}, \\
\varphi^{\{s\}}(\{q_2\}, \beta) = \{q_0\}, \\
\varphi^{\{s\}}(\{q_3\}, \beta) = \{q_1\}.
\end{array}
$$

При этом видно, что $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_2}, \beta) = \varphi^{\{s\}}(\tilde{q_2}, \alpha) = \tilde{q_4}$, следовательно $\beta \in L$. Кроме того, $\varphi^{\{s\}}(\tilde{q_1}, \beta) = \tilde{q_3} \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\}$. Следовательно $\tilde{q} = \tilde{q_3} \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\} \in F_1$.

Заметим, что в рассуждениях допускается $\tilde{q_3} \setminus \tilde{q_4} = \emptyset$, т.е. вариант 8 также разобран.■

При помощи леммы 3 нетрудно свести вариант 2 к варианту 3 и вариант 7 варианту 8. А именно, добавляем в $\tilde{q_4}$ элемент $q_0$ и убираем произвольный элемент из $\tilde{q_4} \setminus \tilde{q_3}$.

Далее, при помощи леммы 5 можно свести вариант 6 к варианту 5. А именно, добавляем в $\tilde{q_4}$ произвольный элемент из $\tilde{q_3} \setminus \tilde{q_4}$ и убираем элемент $q_1$.

Из доказанных выше лемм и сделанных замечаний непосредственно вытекает следующие утверждение.

**Утверждение 1.** В указанных выше условиях, если $q_1 \in \tilde{q_3}$ и $q_0 \in Q \setminus \tilde{q_3}$, то

$$\tilde{q} = \tilde{q_3} \cup \{q_0\} \setminus \{q_1\} \in F_1.$$

**Утверждение 2.** В указанных выше условиях, если $|\tilde{q}| = |\tilde{q_1}|$, то $\tilde{q} \in F_1$.

Утверждение 2. доказывается непосредственно из утверждения 1. индукцией по $|\tilde{q} \setminus \tilde{q_1}|$. ■

Другими словами, рассматриваемые выше условия означают, что язык $L = A^*$, т.к. все состояния автомата $\mathfrak{G}_n^{\{s\}}$ являются финальными.

Для произвольного состояния $\tilde{q}$ гиперавтомата $\mathfrak{S}_n^{\{s\}}$ обозначим $\tilde{q}' = Q \setminus \tilde{q}$. Аналогично для произвольного множества состояний $F$ гиперавтомата $\mathfrak{S}_n^{\{s\}}$ обозначим $F' = \{\tilde{q}' | \tilde{q} \in F\}$.

**Утверждение 3.** Пусть $L = L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q_1}, F_1) = L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q_2}, F_2)$ - нетривиальный язык.

1. Если $|\tilde{q_1}| \leq n/2$ и $|\tilde{q_2}| < n/2$, то $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}$ и $F_1 = F_2$.

2. Если $|\tilde{q_1}| = |\tilde{q_2}| = n/2$, то либо $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}$ и $F_1 = F_2$, либо $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}'$ и $F_1 = F_2'$.

**Доказательство.** 1. Пусть $|\tilde{q_1}| \leq n/2$, $|\tilde{q_2}| < n/2$. Предположим, что $\tilde{q_1} \neq \tilde{q_2}$. Рассмотрим произвольное слово $\alpha \in L$, $\tilde{q_3} = \varphi_3(\tilde{q_1}, \alpha)$ и $\tilde{q_4} = \varphi_3(\tilde{q_2}, \alpha)$. В силу того, что $|\tilde{q_3}| = |\tilde{q_1}|$ и $|\tilde{q_4}| = |\tilde{q_2}|$, имеем $Q \setminus (\tilde{q_4} \cup \tilde{q_2}) \neq \emptyset$. Рассмотрим произвольное слово $\beta \in A^*$ и состояние $\tilde{q_5} = \varphi_3(\tilde{q_1}, \beta)$. Ясно, что $|\tilde{q_5}| = |\tilde{q_1}|$, поэтому из утверждения 1. имеем $\tilde{q_5} \in F_1$, следовательно $\beta \in L$ и $L = A^*$, что противоречит нетривиальности языка $L$. Следовательно $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}$. Из $L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q_1}, F_1) = L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}, \tilde{q_1}, F_2)$ очевидным образом следует $F_1 = F_2$.

2. Пусть $|\tilde{q_1}| = |\tilde{q_2}| = n/2$. В силу того для любого $\alpha \in A^*$ выполняется соотношение $|\varphi_3(\tilde{q_1}, \alpha)| = |\varphi_3(\tilde{q_2}, \alpha)| = n/2$, то без ограничения общности можем считать, что для любых $\tilde{q_3} \in F_1$ и $\tilde{q_4} \in F_2$ выполняется соотношение $|\tilde{q_3}| = |\tilde{q_4}| = n/2$. Предположим, что $\tilde{q_1} \neq \tilde{q_2}$. Если $\tilde{q_1} \cap \tilde{q_2} \neq \emptyset$, то проводя рассуждения приведенные выше приходим к противоречию с нетривиальностью языка $L$. Следовательно $\tilde{q_1} \cap \tilde{q_2} = \emptyset$, что в нашем случае эквивалентно $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}'$. Предположим, что $F_1 \neq F_2'$. Без ограничения общности считаем, что существует $\tilde{q_3} \in F_1$, но $\tilde{q_3}' \notin F_2'$. По лемме 2 существует слово $\alpha \in E_2^*$, такое что $\varphi_3(\tilde{q_1}, \alpha) = \tilde{q_3}$, но из это следует, что $\varphi_3(\tilde{q_1}', \alpha) = \tilde{q_3}'$, следовательно $\tilde{q_3}' \in F_2'$. Получили противоречие. Таким образом $F_1 = F_2'$, что завершает доказательство утверждения. ■

Суть утверждения 3 заключается в следующем: в автомате $\mathfrak{S}_n^{\{s\}}$ разным парам $(\tilde{q_1}, F_1)$ и $(\tilde{q_2}, F_2)$, при $|\tilde{q_1}| \leq n/2$ и $|\tilde{q_1}| < n/2$, соответствуют разные регулярные языки (при условии что эти языки нетривиальны). В случае $|\tilde{q_1}| = n/2$ и $|\tilde{q_2}| = n/2$ разные пары $(\tilde{q_1}, F_1)$ и $(\tilde{q_2}, F_2)$ могут задавать один и тот же язык только при условии $\tilde{q_1} = \tilde{q_2}'$ и $F_1 = F_2'$.

**Лемма 6.**

$$|L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}})| = \begin{cases} \sum_{t=1}^{s}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+2, & \text{при} \quad s<n/2 \\ \sum_{t=1}^{k}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+2, & \text{при} \quad s>n/2, \quad n=2k+1 \\ \sum_{t=1}^{k-1}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+ & \\ +\frac{1}{2}((2^{C_n^k}-2)C_n^k)+2, & \text{при} \quad s\geq n/2, \quad n=2k \end{cases}$$

**Доказательство.** Пусть $s < n/2$. Зафиксируем $t \in \{1,\ldots,s\}$. Начальное состояние $\tilde{q}$, такое что $|\tilde{q}| = t$ можно выбрать $C_n^t$ способами. Множество финальных состояний (каждое финальное состояние имеет мощность $t$) можно выбрать $2^{C_n^t}$ способами. При этом удалим два случая, когда это множество состояний пусто, или состоит из всех подмножеств мощности $t$. В случаях случая задаваемый язык тривиален. Всего получается $C_n^t(2^{C_n^t}-2)$ комбинаций. В силу утверждения 3 и сказанного выше замечания все языки получаются разными. Варьируя $t$ в указанном интервале так же получаем различные языки. Таким образом число нетривиальных языков во множестве $L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}})$ равно

$$\sum_{t=1}^{s}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)$$

Пусть $n = 2k$ и $s = n/2 = k$. Если $t \in \{1,\ldots,k-1\}$, то рассуждения полностью аналогичны вышеизложенным. Если $t = k$, то при подсчете числа $C_n^t(2^{C_n^t}-2)$ каждый язык был подсчитан дважды. Таким образом, число нетривиальных языков во множестве $L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}})$ равно

$$\sum_{t=1}^{k-1}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+\frac{1}{2}((2^{C_n^k}-2)C_n^k)$$

Если $s > n/2$, то, в силу леммы 1 и сделанного выше замечания, $L(\mathfrak{S}_n^{\{s\}}) = L(\mathfrak{S}_n^{\{\lfloor n/2\rfloor\}})$, где $\lfloor x\rfloor$ - целая часть снизу от числа $x$. ■

**Теорема 1.**

$$N(n,s) = \begin{cases} \sum_{t=1}^{s}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+2, & \textit{при} \quad s<n/2 \\ \sum_{t=1}^{k}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+2, & \textit{при} \quad s>n/2, \quad n=2k+1 \\ \sum_{t=1}^{k-1}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+ & \\ +\frac{1}{2}((2^{C_n^k}-2)C_n^k)+2, & \textit{при} \quad s\geq n/2, \quad n=2k \end{cases}$$

**Доказательство.** Оценка значения $N(n,s)$ снизу непосредственно следует из леммы 6.

Заметим, что оценка значения $N(n,s)$ сверху в точности повторят доказательство леммы 6. Действительно, лемма 1 верна для любого группового гиперавтомата, а перебор всевозможных начальных и множества финальных состояний также был осуществлен в лемме 6. ■

**Следствие.** При фиксированном $s$ и $n \to \infty$ имеем

$$N(n,s) \sim C_n^s 2^{C_n^s}.$$

**Доказательство.** При $1 \leq s \leq n/2$ имеем

$$\frac{\sum_{t=1}^{s-1}(2^{C_n^t})C_n^t}{(2^{C_n^s})C_n^s} < \frac{(s-1)(2^{C_n^{s-1}})C_n^{s-1}}{(2^{C_n^s})C_n^s} =$$

$$= \frac{(s-1)C_n^{s-1}}{C_n^s} 2^{-\frac{n!(n+1-2s)}{s!(n-s+1)!}} \to 0, \quad \text{при} \quad n \to \infty.$$

Следовательно,

$$\sum_{t=1}^{s}((2^{C_n^t}-2)C_n^t)+2 \sim \sum_{t=1}^{s}(2^{C_n^t})C_n^t \sim C_n^s 2^{C_n^s}.$$

■

## Список литературы


[1] Кудрявцев В.Б., Алёшин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. Изд-во «Наука», М., 1985.

[2] Пархоменко Д.В. Вторая автоматная функция и с нею связанные классы регулярных языков.// Журнал Интеллектуальные системы. Теория и приложения, том 17, № 1-4, с. 186.

[3] Бабин Д.Н., Пархоменко Д.В. О мультимножестве выходных слов конечного автомата.// Журнал Интеллектуальные системы. Теория и приложения, том 20, № 3, с. 101-103.

[4] Самоненко И.Ю. О свойствах гиперавтоматов.// Материалы X Международного семинара Дискретная математика и ее приложения, 2010.

**The number of regular languages, recognized by group hyperautomata**

**Samonenko I.U.**

A hyperautomata is a finite automata whose states are the sets of states of some finite automata. A hyperautomata is called a group hyperautomata if the semigroup of the automata on which it is based is a finite group. In this paper, we study the question of the maximum number of regular languages that can be recognized by group hyperautomata.

*Keywords:* finite automata, hyperautomata, regular languages, finite groups.