

# Взаимосвязь автоматных моделей безопасных информационных систем без скрытых каналов передачи данных

В. Г. Гукасян (МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва)

Построены отображения между автоматными моделями информационных систем, описанными в работах Московитца — Костича и Грушо — Шумицкой, сохраняющие свойства безопасности.

**Ключевые слова:** автоматные модели, скрытые каналы, модель невливания, вероятностное невливание.

## 1. Введение

Большинство современных систем является многопользовательскими, причем пользователи различаются по глубине прав доступа и возможности выполнения некоторых действий. Поэтому остро стоит вопрос изучения разграничения этого доступа и поиска возможных каналов передачи информации между пользователями с различными правами доступа. Понятие невидимости данных высокого уровня для пользователей низкого уровня тесно связано с понятием невливания. В широком смысле невливание означает невозможность для одного пользователя своими действиями влиять на работу другого пользователя. В противном случае, если один пользователь может воздействовать на другого, появляется вероятность компрометации секретных данных по такому каналу передачи данных между различными уровнями доступа.

В работе [?] исследуется невливание и возможность передачи данных между уровнями в терминах информационных потоков. В работе [?] вводится автоматная модель и дается определение безопасной системы в автоматных терминах. Далее в работе [?] автоматная модель изменяется, добавляется вероятностное распределение, вводится определение невидимости по вероятности и формулируется достаточное условие для его существования.

В данной работе исследуется взаимосвязь моделей, введенных в работах [?] и [?].

## 2. Модели компьютерных систем

В данном разделе будут более подробно описаны модели, построенные в работах [?] и [?].

### 2.1. Модель А (Грушо — Шумицкая)

Компьютерная система моделируется абстрактным автоматом  $A$ ,  $A = A(X, S, Y, \delta, \lambda)$ , где  $X, S, Y$  — конечные непустые множества, представляющие собой, соответственно, входной алфавит, множество состояний и выходной алфавит,  $\delta : S \times X \rightarrow S$  — функция переходов,  $\lambda : S \times X \rightarrow Y$  — функция выходов.

Рассматривается следующая автоматная модель двухуровневой компьютерной системы.

Пусть  $X = X_H \times X_L$ ,  $X_H \cap X_L = \emptyset$ , где  $X_H$  и  $X_L$  — множества входов для пользователей уровней  $H$  (High) и  $L$  (Low), соответственно. Далее везде будем предполагать, что имеется только один пользователь каждого уровня, и называть их  $H$  и  $L$ . Аналогично, пусть  $S = S_H \times S_L$ ,  $Y = Y_H \times Y_L$ . Будем обозначать Low-компоненты элементов индексом  $L$ :  $x_L, s_L, y_L$ . Аналогично обозначим и High координаты. Также введем обозначения координатных функций  $\delta_H$  и  $\delta_L(s, x)$ :  $\delta(s, x) = (\delta_H(s, x), \delta_L(s, x))$  и аналогично  $\lambda_H$  и  $\lambda_L$ . Множества  $X_H, X_L, Y_H, Y_L$  могут содержать среди своих элементов пустые слово  $e_H$  и  $e_L$ . При этом будем считать, что  $\delta(s, (e_H, e_L)) = s$  и  $\lambda(s, (e_H, e_L)) = (e_H, e_L)$ . Если из контекста ясно, какому множеству принадлежит пустое слово, будем опускать нижний индекс.

**Определение 1.** Пусть  $s^1, s^2 \in S$ . Определим отношение эквивалентности  $\sim$ , полагая  $s^1 \sim s^2$ , если  $s_L^1 = s_L^2$ . Обозначим  $S/\sim$  фактормножество относительно отношения  $\sim$ ; класс эквивалентности, содержащий  $s$ ,  $s \in S$ , будем обозначать  $[s]$ .

Аналогично определим отношение эквивалентности на множестве  $Y$ .

**Определение 2.** Будем говорить, что  $L$  не видит  $H$ , если функция  $\tilde{\delta} : S/\sim \times X_L \rightarrow S/\sim$ , определяемая формулой

$$\tilde{\delta}([s], x_L) = [\delta(s', (x_H, x_L))], \quad x_H \in X_H, \quad s' \in [s],$$

и функция  $\tilde{\lambda}: S/\sim \times X_L \rightarrow Y/\sim$ , определяемая формулой

$$\tilde{\lambda}([s], x_L) = [\lambda(s', (x_H, x_L))], \quad x_H \in X_H, \quad s' \in [s],$$

корректно определены.

Система, удовлетворяющая определению 2, считается безопасной.

## 2.2. Модель В (Московитц — Костич)

Опишем модель, построенную в работе [?], на которую ссылаются авторы работы [?].

Система описывается автоматом без выхода  $B = (S, \Sigma, \delta)$ , где

- 1)  $S$  — конечное непустое множество состояний. Каждое состояние задается как вектор значений и  $S$  — совокупность возможных векторов.
- 2)  $\Sigma$  — входной алфавит.
- 3)  $\delta: S \times \Sigma \rightarrow S$  — функция переходов.

Для пустого входа  $e$  полагаем  $\delta(s, e) = s$ .

Входной алфавит состоит из всевозможных команд, которые может ввести каждый пользователь. Координаты состояния интерпретируются как доступная пользователям информация о системе. Пользователям доступны различные/неполные данные о системе в зависимости от прав доступа. Пусть имеется два пользователя: пользователь с низкими правами (Low) видит только ограниченную часть координат вектора состояний, пользователь с высокими правами (High) видит весь вектор.

**Определение 3.** Автомат называется двухуровневым, если входной алфавит  $\Sigma$  представляется как объединение двух непересекающихся множеств:  $\Sigma = \Sigma_H \sqcup \Sigma_L$ , а множество состояний — как  $S = S_H \times S_L$ .

**Определение 4.** Состояния  $s^1, s^2 \in S$  называются эквивалентными, пишем  $s^1 \sim s^2$ , если их Low-компоненты равны.

Таким образом,  $S$  разбивается на классы эквивалентности. Класс эквивалентности, содержащий  $s$ ,  $s \in S$ , будем обозначать  $[s]$ . Обозначим отображение, разбивающее  $S$  на классы эквивалентности,  $\pi: S \rightarrow S/\sim$ .

Также вводится функция  $Z_L: \Sigma^* \rightarrow \Sigma_L^*$ , которая из последовательности входов оставляет только команды пользователя Low.

**Определение 5.** Система, задаваемая автоматом  $B = (S, \Sigma, \delta)$ , называется безопасной, если:

- 1) Отображение  $\tilde{\delta} : S/\sim \times \Sigma_L^* \rightarrow S/\sim$ , определяемое формулой  $\tilde{\delta}([s], w_L) = [\delta(s, w_L)]$ , где  $[s] \in S/\sim$  и  $w_L \in \Sigma_L^*$ , корректно определено.
- 2)  $\pi \circ \delta = \tilde{\delta} \circ (\pi \times Z_L)$ .

В левой и правой части равенств стоят отображения  $S \times \Sigma^* \rightarrow S/\sim$ . Иными словами, диаграмма ниже коммутативна:

$$\begin{array}{ccc}
 S \times \Sigma^* & \xrightarrow{\delta} & S \\
 \pi \times Z_L \downarrow & & \downarrow \pi \\
 S/\sim \times \Sigma_L^* & \xrightarrow{\tilde{\delta}} & S/\sim
 \end{array}$$

### 2.3. Взаимосвязь моделей

Обозначим через  $\mathbb{A}$  и  $\mathbb{B}$  множества автоматов, описанных в терминах моделей  $A$  и  $B$ , соответственно. Сами автоматы будем также обозначать  $A$  и  $B$ .

Будем далее обозначать входы модели  $B$  как  $x'_L$  и  $x'_H$ , опуская явное указание действующего пользователя, где это не вызывает путаницы.

#### 2.3.1. Отображение из модели $B$ в модель $A$

Построим отображение  $F : \mathbb{B} \rightarrow \mathbb{A}$ . Каждому автомату  $B(S', \Sigma', \delta') \in \mathbb{B}$  сопоставим автомат  $A(X, S, Y, \delta, \lambda) \in \mathbb{A}$  по следующим правилам:

- 1) входами автомата  $A$  будет прямое произведение возможных команд пользователей Low и High,
- 2) выход равен состоянию, в который переходит автомат после действий пользователей,
- 3) новое состояние после входа  $(x_H, x_L)$  эквивалентно состоянию автомата  $B$  после последовательного ведения команд  $x_L$  и  $x_H$ .

**Замечание 1.** Заметим, что сопоставленный таким образом автомат  $A$  удовлетворяет следующим равенствам:

$\forall s \in S, x \in X :$

$$\begin{aligned}
 \delta(s, (x_H, x_L)) &= \delta(\delta(s, (e, x_L)), (x_H, e)) = \delta(s, (e, x_L)(x_H, e)), \\
 \lambda(s, (x_H, x_L)) &= \lambda(\delta(s, (e, x_L)), (x_H, e)) = \lambda(s, (e, x_L)(x_H, e)).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Обозначим множество автоматов, удовлетворяющих условию (??), за  $\overline{\mathbb{A}}$ .

**Утверждение 1.**  $\bar{\mathbb{A}} \neq \mathbb{A}$ .

**Теорема 1.**  $F$  — инъективный гомоморфизм из множества  $\mathbb{B}$  в  $\bar{\mathbb{A}}$ , сохраняющий свойство безопасности/небезопасности, а также функционирование автомата, как отображения из множества состояний и входных слов в множества состояний:

$$\begin{array}{ccc} S' \times \Sigma^* & \xrightarrow{\delta'} & S' \\ F_S \times F_X \downarrow & & \downarrow F_S \\ S \times X^* & \xrightarrow{\delta} & S \end{array}$$

### 2.3.2. Отображение из модели $\mathbb{A}$ в модель $\mathbb{B}$

Теперь построим отображение  $G' : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}$ . Отображение  $G'$  будем получать как композицию двух других отображений:

$$G' = G \circ \bar{G}, \text{ где}$$

- $\bar{G} : \mathbb{A} \rightarrow \bar{\mathbb{A}}$

Отображение  $\bar{G}$  сопоставляет каждому автомату  $A \in \mathbb{A}$  автомат  $\bar{A} \in \bar{\mathbb{A}}$ , совпадающий с автоматом  $A$  на входах вида  $(x_H, e)$  и  $(x_L, e)$ . Рассмотрим разбиение множества  $\mathbb{A}$  на классы эквивалентности (класс эквивалентности автомата  $A$  будем обозначать  $[A]$ ):

$$[A] = \{T \in \mathbb{A} \mid \forall x_H \in X_H, x_L \in X_L, s \in S:$$

$$\begin{aligned} \delta_A(s, (e, x_L)) &= \delta_T(s, (e, x_L)), \\ \lambda_A(s, (e, x_L)) &= \lambda_T(s, (e, x_L)), \\ \delta_A(s, (x_H, e)) &= \delta_T(s, (x_H, e)), \\ \lambda_A(s, (x_H, e)) &= \lambda_T(s, (x_H, e)) \}. \end{aligned}$$

**Замечание 2.** Заметим, что по определению множества  $\bar{\mathbb{A}}$  для любого автомата  $A \in \mathbb{A}$  существует ровно один автомат  $\bar{A} \in \bar{\mathbb{A}}$ , лежащий в  $[A]$ . Обозначим такой автомат через  $\bar{A}_{[A]}$ .

Тогда

$$\bar{G}(A) = \bar{A}_{[A]}.$$

- $G : \bar{\mathbb{A}} \rightarrow B$

Отображение  $G$  будет строиться ниже.

Каждому  $A(X, S, Y, \delta, \lambda) \in \bar{\mathbb{A}}$  сопоставим автомат  $B(S', \Sigma', \delta') \in \mathbb{B}$  по следующим правилам:

- входы автомата  $B$  — объединение команд пользователей High и Low,
- множество состояний — прямое произведение множеств состояний и выходов автомата  $A$ ,
- переход по входу  $x'_L$  эквивалентен переходу в автомате  $A$  по входу  $(e, x'_L)$ .

**Замечание 3.** Функция  $\delta'$  не зависит от  $Y$ :

$$\forall y_1, y_2 \in Y, s \in S, x' \in \Sigma' : \delta'((s, y_1), x') = \delta'((s, y_2), x').$$

**Теорема 2.** Построенное отображение  $G$  — инъективный гомоморфизм из  $\bar{\mathbb{A}}$  в  $\mathbb{B}$ , сохраняющий свойство безопасности/небезопасности, а также конфигурации автоматов:

$$\begin{array}{ccc} S \times X^* & \xrightarrow{\delta \times \lambda} & S \times Y \\ G_S \times G_{\Sigma'} \downarrow & & \downarrow G_{SY} \\ S' \times \Sigma^* & \xrightarrow{\delta'} & S' \end{array}$$

### 2.3.3. Степень соответствия между моделями А и В

Покажем, что отображения  $F$  и  $G$  в некотором смысле обратны друг другу.

**Определение 6.** Определим отображение  $d$ , удваивающее состояния автомата  $B \in \mathbb{B}$ :

$$d((S', \Sigma', \delta')) = ((S', S'), \Sigma', (\delta', \delta')).$$

Отображение  $d$  переводит автомат  $B \in \mathbb{B}$  в точно такой же, но у которого вместо состояния  $s'$  теперь состояние вида  $(s', s')$ , входной алфавит и переходы остаются теми же.

**Замечание 4.** Очевидно, что для любого  $B \in \mathbb{B}$ , автоматы  $B$  и  $d(B)$  изоморфны.

**Утверждение 2.**  $G \circ F(B) = d(B)$ ,  $B \in \mathbb{B}$ .

### 2.3.4. Отображение из модели $\mathbb{A}$ в модель $\mathbb{B}$ , сохраняющее свойство безопасности

Построенное выше отображение  $G$  в некотором смысле обратно отображению  $F$  и при этом конфигурации автомата  $A \in \mathbb{A}$  при функционировании будут повторяться автоматом  $G(A)$  (по модулю отображения  $G$ ). Но важным ограничением отображения  $G$  является то, что оно определено не на всем множестве  $\mathbb{A}$ , а только на  $\overline{\mathbb{A}}$ . В данном разделе мы построим отображение  $M$  любого автомата  $A \in \mathbb{A}$  в  $\mathbb{B}$ , сохраняющее свойство безопасности.

Для любого автомата  $A(X, S, Y, \delta, \lambda) \in \mathbb{A}$  отображением  $M$  сопоставим автомат  $B(S', \Sigma', \delta') \in \mathbb{B}$  по следующим правилам:

- входы — объединение команд пользователей High и Low,
- множество состояний — прямое произведение множеств  $S$ ,  $Y$  и  $X$  автомата  $A$ ,
- переход по входу  $x'_L$  эквивалентен переходу в автомате  $A$  по входу  $(x_H^s, x'_L)$ , где  $x_H^s$  — компонента состояния, соответствующая  $X_H$ .

**Теорема 3.**  *$M$  является инъективным отображением, сохраняющим свойство безопасности/небезопасности.*

## Список литературы

- [1] Goguen J. A., Meseguer J. Security policies and security models // Proceedings of the IEEE Symposium on Security and Privacy. — 1982. — P. 11–20.
- [2] Moskowitz I. S., Costich O. L. A classical automata approach to noninterference type problems // Proc. Computer Security Foundations Workshop V, IEEE Press. — 1992. — P. 2–8.
- [3] Грушо А. А., Шумицкая Е. Л. Модель невлияния и скрытые каналы // Дискретная математика. — 2002. — Т. 14. Вып. 1. — С. 11–16.