

# Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

А. В. Поляков, И. М. Ковалев

В статье представлен новый алгоритм верификации отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе. Центральной идеей данного подхода является поиск максимального пути в специальном образом сконструированном ациклическом графе. Средняя скорость работы алгоритма верификации составляет 100 сравнений в секунду (Intel Core i5-2500 CPU @3.30 GHz 3.30GHz, 4 Гб ОЗУ, ОС Windows 7).

**Ключевые слова:** отпечатки пальцев, верификация, минувции, граф, максимальный путь в графе.

## Введение

В статье [1] был предъявлен алгоритм верификации отпечатков пальцев на основе структуры созвездий. В настоящей статье будет предъявлен новый алгоритм верификации личности по отпечаткам пальцев, основанный на поиске максимального пути в графе. Напомним прежде основные предварительные сведения из статьи [1].

Аутентификация личности по отпечаткам пальцев является наиболее распространенной и надежной биометрической технологией. Биометрическая система аутентификации в зависимости

от контекста применения может работать в двух режимах: верификации (сравнение один к одному) и идентификации (сравнение один ко многим). Задача верификации состоит в подтверждении личности, в то время как задачей идентификации является установление личности субъекта доступа. В данной статье мы будем заниматься задачей верификации.

А именно, пусть даны два отпечатка пальцев I и T, требуется построить алгоритм сравнения этих отпечатков, который на выходе выдавал бы меру схожести отпечатков, и на основе этой информации биометрическая система выносила бы решение о принадлежности этих отпечатков одному человеку или разным людям.

В настоящее время разработано множество алгоритмов сравнения отпечатков пальцев, которые условно можно разбить на три класса [2]: корреляционное сравнение (вычисление взаимной корреляции двух изображений отпечатка [3]), сравнение минуций (точек обрыва и бифуркаций папиллярных линий [4], [5]), сравнение потоков папиллярных линий и папиллярных узоров [6]. Наиболее часто применяется подход, основанный на сравнении минуций.

Минуцией (или точкой Гальтона) называется особая точка папиллярной линии, как правило, обрыв линии или раздвоение линии (бифуркация). В этом случае задача верификации отпечатков пальцев сводится к задаче сравнения двух множеств точек, т.е. поиску такого геометрического преобразования (как правило, аффинного), переводящего максимальное количество точек из первого отпечатка в точки второго.

Несмотря на большое количество существующих биометрических алгоритмов сравнения отпечатков пальцев, задача верификации личности по отпечаткам пальцев остается сложной задачей и по-прежнему актуальна из-за большой изменчивости представления отпечатков пальцев, которая обусловлена целым рядом факторов (сдвиги и повороты пальца на сканирующем устройстве, состояние кожи, давление пальца на сканирующее устройство, разрешение сканирующего устройства, шум, ошибки, возникающие при экстракции признаков).

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

Ежегодно в мире публикуются тысячи статей (по данным Google Scholar, с 2014 года по настоящее время было опубликовано 8100 статей [7]) по верификации отпечатков пальцев, с 2000 по 2006 год проводились соревнования Fingerprint Verification Competition (организаторами которого являлись университет Болонии (Италия), Мичиганский государственный университет (США), университет Сан-Хосе (США), Мадридский университет (Испания)) [8], [9].

Настоящая статья организована следующим образом: введена математическая модель отпечатка пальца, поставлена задача верификации отпечатков пальцев по их шаблонам, предъявлен алгоритм верификации отпечатков пальцев, оценена его вычислительную сложности по времени, а также указаны результаты точности работы алгоритма на двух тестовых базах: тестовой базе FVC2002 DB1 (100 изображений отпечатков пальцев) и тестовой базе FTdb (1055 изображений отпечатков пальцев) (в терминах EER (equal error rate) – значения, при котором вероятность ошибки первого рода равна вероятности ошибки второго рода) в сравнении с предложенным в статье [1] Astr-алгоритмом.

## **Математическая модель отпечатка пальца**

Введем на изображении отпечатка пальца декартову систему координат, начало координат которой находится в левом нижнем углу изображения, ось абсцисс направлена горизонтально слева направо, ось ординат направлена вертикально снизу вверх. Представим отпечаток пальца в виде нумерованного списка минуций (точек обрыва и бифуркаций папиллярных линий), каждая из которых имеет следующие характеристики: координаты  $x, y \in \mathbb{N}$ , угол направления  $\theta$  в минуции типа «обрыв» между локальным направлением папиллярной линии в минуциальной точке и осью абсцисс, в случае минуции типа «бифуркация» определение угла направления минуции сводится к предыдущему случаю инвертированием цветов исходного изображения.

Далее, на множестве минуций введем две метрики: евклидово расстояние между двумя минуциями  $m_i = (x_i, y_i, \theta_i)$  и  $m_j = (x_j, y_j, \theta_j)$   $\rho_{eu}(m_i, m_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$  и гребневый счет  $\rho_{RC}(m_i, m_j)$ , определяемый как количество папиллярных линий, пересекающих отрезок с концами в  $m_i$  и  $m_j$  без учета конечных точек отрезка  $(m_i, m_j)$ .

Пусть  $EU_I = (eu_{ij}) - n \times n$ -матрица, в которой на  $(i, j)$ -м месте хранится значение  $\rho_{eu}(m_i, m_j)$ , и пусть  $RC_I = (rc_{ij}) - n \times n$ -матрица, в которой  $rc_{ij} = \rho_{RC}(m_i, m_j)$ , тогда модель отпечатка пальца имеет вид

$$I = \{(x_i, y_i, \theta_i), EU_I, RC_I\}, i = \overline{1, n}$$

## Постановка задачи

Пусть даны два шаблона отпечатка пальцев  $I = \{(x_i, y_i, \theta_i), EU_I, RC_I\}, i = \overline{1, n}$ , и  $T = \{(x'_j, y'_j, \theta'_j), EU_T, RC_T\}, j = \overline{1, m}$ , требуется построить алгоритм сравнения этих отпечатков, который на выходе выдавал бы меру схожести отпечатков  $s \in [0, 1]$ , и на основе этой информации биометрическая система выносила бы решение о принадлежности этих отпечатков одному человеку или разным людям.

## Алгоритм верификации отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе (FingerPath-алгоритм)

### Вход алгоритма:

$I = \{(x_i, y_i, \theta_i), EU_I, RC_I\}, i = \overline{1, n}$  - реализация математической модели образца отпечатка пальца, полученного со сканирующего устройства,  $T = \{(x'_j, y'_j, \theta'_j), EU_T, RC_T\}, j = \overline{1, m}$  - реализация математической модели шаблона отпечатка пальца, взятого из базы данных.

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

**Выход алгоритма:** 30-компонентный вектор признаков:

12\_12\_Min1 – количество минуций в образце

12\_12\_Min2 – количество минуций в шаблоне

12\_12\_L – максимальный путь в графе (определение графа дано ниже)

12\_12\_S1 – площадь преобразованного образца

12\_12\_S2 – площадь шаблона

12\_12\_I – площадь пересечения при наложении образца на шаблон

12\_12\_corr – корреляция областей пересечения при наложении образца на шаблон

12\_12\_IMin1 – количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении образца на шаблон)

12\_12\_IMin2 – количество минуций шаблона в пересечении с образцом при наложении образца на шаблон

12\_21\_S1 – площадь образца

12\_21\_S2 – площадь преобразованного шаблона

12\_21\_I – площадь пересечения при наложении шаблона на образце

12\_21\_corr – корреляция пересечения при наложении шаблона на образец

12\_21\_IMin1 – количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении на образец)

12\_21\_IMin2 - количество минуций шаблона в пересечении с образцом (при наложении шаблона на образец)

Физический смысл следующих параметров аналогичен соответствующим предыдущим и получается при перестановке местами образца и шаблона:

21\_12\_Min1

21\_12\_Min2

21\_12\_L

21\_12\_S1

21\_12\_S2

21\_12\_I

21\_12\_corr

21\_12\_IMin1

21\_12\_IMin2  
 21\_21\_S1  
 21\_21\_S2  
 21\_21\_I  
 21\_21\_corr  
 21\_21\_IMin1  
 21\_21\_IMin2

**Шаг 1.** Для шаблонов I и T строим таблицы ориентированных в конечных точках отрезков.  $Table(I) = I \times I = (x_{k1}, y_{k1}, x_{k2}, y_{k2}, \theta_{k1}, \theta_{k2})$ ,  $Table(T) = T \times T = (x'_{k1}, y'_{k1}, x'_{k2}, y'_{k2}, \theta'_{k1}, \theta'_{k2})$ , Обозначим через  $a_i = Table(I)(i)$  – i-й отрезок (i-ю строку) в таблице Table(I), через  $b_j = Table(T)(j)$  – j-й отрезок (j-ю строку) в таблице Table(T).

**Шаг 2.** Зададим метрические и угловые пороги:  $eu_{thresh} = 15$  пикселей, и  $\varepsilon_{thresh} = \frac{\pi}{9}$ ,  $RC_{thresh} = 1$ ,  $\varepsilon_{chain} = \frac{\pi}{9}$  (численные значения порогов были выбраны экспериментально).

**Шаг 3.** Строим ориентированный граф G, вершины которого – это пары отрезков вида  $(Table(I)(i), Table(T)(j))$  такие, что выполнены следующие условия:

$$|\sqrt{(x_{i1} - x_{i2})^2 + (y_{i1} - y_{i2})^2} - \sqrt{(x'_{j1} - x'_{j2})^2 + (y'_{j1} - y'_{j2})^2}| < eu_{thresh}$$

$$\min(|\theta_{i1} - \theta'_{j1}|, 2\pi - |\theta_{i1} - \theta'_{j1}|) < \varepsilon_{thresh}$$

$$\min(|\theta_{i2} - \theta'_{j2}|, 2\pi - |\theta_{i2} - \theta'_{j2}|) < \varepsilon_{thresh}$$

Две вершины  $(a_i, b_j)$  и  $(a_l, b_m)$  графа G соединяются ребром (по направлению из  $(a_i, b_j)$  в  $(a_l, b_m)$ ) тогда и только тогда, когда отрезки  $a_i$  и  $a_l$  имеют один общий конец, одновременно отрезки  $b_j$  и  $b_m$  имеют один общий конец, а угол поворота от  $a_i$  к  $a_l$  должен с точностью до  $\varepsilon_{chain}$  совпадать с углом поворота от  $b_j$  к  $b_m$ .

Для того, чтобы граф G был ациклическим, накладываем дополнительное условие: x-координаты пары отрезков с общей вершиной образуют строго возрастающую последовательность  $x_1 < x_2 < x_3$ ,

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

**Утверждение 1.** Граф  $G$  - ациклический

**Доказательство:**

от противного. Пусть  $G$ - циклический граф, и в нем содержится цикл длины  $k$ . Занумеруем вершины цикла:  $v_{i_1} = (a_{i_1}, b_{i_1}), \dots, v_{i_k} = (a_{i_k}, b_{i_k})$ . Тогда  $x$ - координата второй вершины отрезка  $a_{i_k}$  совпадает с  $x$ -координатой первой вершины отрезка  $a_{i_1}$ , что противоречит условию строгой монотонности последовательности  $x$ -координат пар отрезков.

Утверждение доказано.

**Шаг 4.** Будем искать в графе  $G$  путь Chain максимальной длины. Для этого:

- 1) Проводится топологическая сортировка графа  $G$ . Дан ориентированный граф с  $N$  вершинами и  $M$  рёбрами. Требуется перенумеровать его вершины таким образом, чтобы каждое рёбро вело из вершины с меньшим номером в вершину с большим. Для решения задачи используется алгоритм обхода графа в глубину [10]. Поскольку граф ациклический, то решение существует.
- 2) Для каждой вершины графа ищем максимальный путь с концом в этой вершине. Длина этого пути записывается в массив `dist`. В массив `back` записывается предпоследняя вершина этого пути.
- 3) Выбираем из всех вершин вершину с максимальным путем (поиск максимума в массиве `dist`) и восстанавливаем путь, в котором хранятся номера предыдущих вершин, при помощи массива `back`.

```

typedef std::vector<int> vec;
typedef typename boost::graph_traits<Graph>::
    in_edge_iterator EdgeIterator;
using boost::topological_sort;
using boost::num_vertices;
using boost::source;
using boost::in_edges;

vec reversed;
topological_sort(g, std::back_inserter(reversed));
const int vn = num_vertices(g);
vec dist(vn,0);
vec back(vn,-1);

for (vec::reverse_iterator it = reversed.rbegin(); it
    != reversed.rend(); ++it) {
    EdgeIterator ei, ei_end;
    int t = *it;
    for (boost::tie(ei,ei_end) = in_edges(t,g); ei !=
        ei_end; ++ei) {
        int s = source(*ei,g);
        if (dist[s]+1 > dist[t]) {
            dist[t] = dist[s]+1;
            back[t] = s;
        }
    }
}
vec::iterator p = std::max_element(dist.begin(), dist.
    end());
if (p == dist.end())
    return;

for (int v = p-dist.begin(); v != -1; v = back[v])
    path_.push_back(v);
std::reverse(path_.begin(),path_.end());
res_ = *p;

```

**Шаг 5.** Методом наименьших квадратов строим аффинное преобразование, переводящее множество точек максимального пути в первом шаблоне в множество точек максимального пути во втором шаблоне.

**Шаг 6.** Применяем аффинное преобразование координат к множеству минутий из первого шаблона С помощью преобразования, полученного на пятом шаге, получаем образ первого

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

отпечатка в системе координат, связанной со вторым отпечатком, и пересекаем его с изображением второго отпечатка.

**Шаг 7.** При помощи масок первого и второго изображения отпечатков пальцев строим область пересечения отпечатков, находим ее площадь и площади отпечатков:

```
cv::Mat1b CompareResults::intersectionMask(  
    const cv::Mat1b &mask1,  
    const cv::Mat1b &mask2,  
    const cv::Mat1d &t21)  
{  
    cv::Mat1b intersection_mask = cv::Mat::zeros(mask1.rows  
        , mask1.cols, CV_64F);  
    for (int i = 0; i < mask2.rows; ++i) {  
        for (int j = 0; j < mask2.cols; ++j) {  
            point z = transformPoint(t21, j, i);  
            polygon s(5, z); // (z,z,z,z,z)  

```

Берем окрестность Шеннона точки (крест)

```
    ++s[1].first;  
    --s[2].first;  
    ++s[3].second;  
    --s[4].second;\
```

далее для каждой точки из s выполняется следующее: если черный пиксель на второй маске при преобразовании переходит в черный пиксель первой маски, то он добавляется в маску пересечения

```
    std::for_each(s.begin(), s.end(),  
        [&intersection_mask, &mask1, &mask2,  
         i, j](point &q)  
    {  
        if (q.first >= 0 && q.first < mask1.cols &&  
            q.second >= 0 && q.second < mask1.rows &&  
            mask2(i,j) == 255 && mask1(q.second,q.first)  
                == 255)  
            intersection_mask(q.second,q.first) = 255;  
    });  
}  
return intersection_mask;  
}
```

**Шаг 8.** Вычисление корреляции областей пересечения и количество минуций в пересечении для образца и для шаблона.

**Шаг 9.** Вычисление скоринга:

$$s_1 = \frac{2Chain}{12\_12\_Min1 + 12\_12\_Min2}$$

**Замечание.** На практике оказалось, что значения приведенных ниже параметров не оказывают существенное влияние на точность верификации, при этом их отсутствие существенно снижает время вычислений: 12\_12\_S1 – площадь преобразованного образца

12\_12\_S2 – площадь шаблона

12\_12\_I – площадь пересечения при наложении образца на шаблон

12\_12\_corr – корреляция областей пересечения при наложении образца на шаблон

12\_12\_Imin1 – количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении образца на шаблон)

12\_12\_Imin2 – количество минуций шаблона в пересечении с образцом при наложении образца на шаблон

12\_21\_S1 – площадь образца

12\_21\_S2 – площадь преобразованного шаблона

12\_21\_I – площадь пересечения при наложении шаблона на образце

12\_21\_corr – корреляция пересечения при наложении шаблона на образец

12\_21\_Imin1 – количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении на образец)

12\_21\_Imin2 - количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении шаблона на образец)

12\_21\_Imin1 – количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении на образец)

12\_21\_Imin2 - количество минуций образца в пересечении с шаблоном (при наложении шаблона на образец)

21\_12\_S1

21\_12\_S2

21\_12\_I

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

21\_12\_corr  
21\_12\_IMin1  
21\_12\_IMin2  
21\_21\_S1  
21\_21\_S2  
21\_21\_I  
21\_21\_corr

В связи с этим, работу алгоритма можно оптимизировать, перейдя от 5-го шага сразу к 9-му.

**Утверждение 2.** Пусть  $m < n$ . тогда вычислительная сложность оптимизированного FingerPath-алгоритма в среднем составляет  $\mathcal{O}(n^4)$  операций

**Доказательство:** Доказательство ведется прямым вычислением сложности алгоритма на каждом шаге:

Шаг 1. Вычисление декартова произведения требует  $\mathcal{O}(n^2)$  операций.

Шаг 2. Инициация пороговых значений параметров требует константного времени.

Шаг 3 Задание графа  $G$  в худшем случае (полный граф) требует  $\mathcal{O}(n^4)$  на задание вершин и  $\mathcal{O}(n^8)$  на ребра. Отметим, что худший случай (случай полного графа) на практике не реализуется.

Шаг 4 Топологическая сортировка графа проводится за  $\mathcal{O}(n+m)$  операций.

Шаг 5: Метод наименьших квадратов:  $\mathcal{O}(n^3)$  операций.

Шаг 6. Вычисление скоринга занимает константное время.

Таким образом, общая вычислительная сложность FingerPath-алгоритма в среднем составляет  $\mathcal{O}(n^4)$  операций.

Утверждение доказано.

## Экспериментальные результаты

Для программной реализации алгоритма была выбрана объектно-ориентированная парадигма разработки программного

обеспечения. Программная реализация алгоритма была написана Иваном Ковалевым на языке C++. Выбор языка программирования обусловлен следующими факторами:

- 1) Выделение шаблонов отпечатков пальцев производилось с помощью фреймворка NIST Biometric Image Software (NBIS), написанного на C [11];
- 2) Использования библиотеки OpenCV, включающей поддержку численных методов;
- 3) Использование библиотеки Boost для распараллеливания вычислений при обходе базы данных отпечатков пальцев;
- 4) Было написано приложение для верификации с графическим пользовательским интерфейсом в Qt (фреймворк C++).

Характеристики используемой ЭВМ: Intel Core i5-2500 CPU @3.30 GHz 3.30GHz, 4 Гб ОЗУ, ОС Windows 7.

Был проведен эксперимент на двух базах отпечатков: FVC2002 DB1b (всего 80 отпечатков, 10 пальцев по 8 изображений каждого пальца), а также собственной базы данных FTDB (всего 1055 отпечатков, 211 отпечатков по 5 изображений каждого).

Было проведено 3160 сравнений на базе FVC2002 DB1b (из них 280 сравнений для своих отпечатков пальцев и 2880 – для чужих), и 555985 сравнений на базе FTDB (из них 2110 сравнений для своих отпечатков пальцев, и 553875 для чужих отпечатков пальцев).

В процессе сравнения были использованы следующие скоринги:

Максимальная длина цепи в графе,  $Chain = 12\_12\_L$ ;

Корреляция,  $corr = 12\_12\_corr$ ;

Стандартный скоринг,  $s_1 = \frac{2Chain}{12\_12\_Min1+12\_12\_Min2}$ ;

Модифицированный скоринг,  $s_2 = \frac{2Chain}{12\_12\_IMin1+12\_12\_IMin2}$ ;

Удельная площадь пересечения,  $Inter = \frac{12\_12\_I}{\max(12\_12\_S1,12\_12\_S2)}$ .

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

	Chain	Cor	s_1	s_2	Inter
EER	0.08	0.29	0.04	0.06	0.27

Таблица 1. Значения EER на различных скорингах

Алгоритм	База данных	EER, %
Предложенный	FVC2002 DB1_b	1.7
Astr-алгоритм	FVC2002 DB1_b	3
NIST VOZORTH3	FVC2002 DB1_b	3.6
Предложенный	FTdb	4
Astr-алгоритм	FTdb	7.4
NIST VOZORTH3	FTdb	5.3

Таблица 2. Сравнение точности FingerPath-алгоритма с Astr-алгоритмом

По данным, представленным в таблице 1 было принято решение использовать в алгоритме стандартный скоринг  $s_1$ . Скорость сравнения отпечатков пальцев методом поиска максимальной цепи в графе составила 100 отпечатков в секунду.

Результаты точности работы алгоритма и сравнение с Astr-алгоритмом представлены в таблице 2. EER (equal error rate) – значение, при котором вероятность ошибки первого рода равна вероятности ошибки второго рода.

## Заключение

Представленный в статье алгоритм может быть включен в качестве компоненты в состав программно-аппаратного комплекса, предназначенного для биометрической верификации личности. Отметим, что данный подход обладает большей точностью, чем Astr-алгоритм, но при этом и асимптотическая вычислительная сложность FingerPath-алгоритма выше.

## Список литературы

- [1] Поляков А.В. Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе структуры созвездий // Программная инженерия - 2015-№ 8 с.26-31
- [2] D. Maltoni, D. Maio, A. K. Jain. Handbook of fingerprint recognition, Springer, 2003
- [3] Bazen et al. (2000). Bazen A.M., Verwaaijen G.T.B., Gerez S.H., Veelenturf L.P.J. and van der Zwaag B.J. A Correlation-Based Fingerprint Verification System // Proc. Workshop on Circuits Systems and Signal Processing (ProRISC 2000), 2000.
- [4] J. Starink, E. Backer. Finding point correspondences using simulated annealing"// Pattern Recognition, vol. 28, no. 2, pp. 231-240, 1995
- [5] George Bebis, Taisa Deaconu, Michael Georgiopoulos. Fingerprint Identification Using Delaunay Triangulation, 1999
- [6] Ito et al. (2006). Ito K., Morita A., Aoki T., Nakajima H., Kobayashi K. and Higuchi T. A Fingerprint Recognition Algorithm Combining Phase-Based Image Matching and Feature-Based Matching, // Proc. Int. Conf. on Biometrics, LNCS 3832, pp. 316–325, 2006
- [7] Список статей, посвященных верификации по отпечаткам пальцев, в системе «Google Scholar». URL : [https://scholar.google.ru/scholar?as\\_ylo=2014&q=fingerprint+verification&hl=ru&as\\_dt=0,5](https://scholar.google.ru/scholar?as_ylo=2014&q=fingerprint+verification&hl=ru&as_dt=0,5) (дата обращения 8.04.2015 г.)
- [8] Система тестирования алгоритмов верификации «FVC- onGoing» лаборатории биометрических систем Болонского университета (Италия), URL: <https://biolab.csr.unibo.it/FVCOnGoing/UI/Form/Home.aspx> (дата обращения 8.04.2015 г.)

Алгоритм сравнения отпечатков пальцев на основе поиска максимального пути в графе

- [9] B. Dorizzi, R. Cappelli, M. Ferrara. Fingerprint and On-Line Signature Verification Competitions at ICB 2009//proc. International Conference on Biometrics (ICB), Alghero, Italy, pp.725-732, June 2009
- [10] T. Cormen, C. Leiserson, R. Rivest. Introduction to algorithms (second edition), Williams, pp. 622-632, 2005
- [11] NIST Biometric Image Software:<http://www.nist.gov/itl/iad/ig/nigos.cfm> :