

Автоматное распознавание трехсвязных лабиринтов с конечным циклическим диаметром

Б. Стаматович

Распознавание образов — актуальная тема в компьютерных науках. Распознавание букв является одним из ее частных случаев. Идея использования шахматных лабиринтов применима к растровому представлению изображений. Определен класс лабиринтов C_8 , который в геометрическом смысле представляет цифру восемь. В работе [1] показано, что не существует распознающего автомата для этого класса лабиринтов. В работе [2] показано, что существует распознающий коллектив автоматов типа (1,1) для класса лабиринтов C_8 . Здесь поставлена задача для подкласса лабиринтов C_8^d с конечным диаметром дыры и она положительно решена.

Определения и основные результаты

Основные обозначения и понятия из теории автоматов, используемые в работе, взяты из [1]–[5].

Пусть X_α , $\alpha \in I$, I — некоторое множество. Тогда через p_α обозначим отображение проектирования произведения $\prod_{\beta \in I} X_\beta$ на α -й сомножитель X_α .

Пусть $L = (V, E)$ некоторый диграф (ориентированный граф), где V — множество вершин, $E \subseteq V \times V$ — множество дуг. Если задана некоторая функция $f : E \rightarrow Y$, то пара (L, f) называется нагруженным графом, множество Y — множеством отметок, а f — разметкой (дуг) графа L . Элемент $f(u) \in Y$, где $u \in E$, называется отметкой дуги u в нагруженном диграфе (L, f) .

Пусть $D = \{e, n, w, s\}$, где e и n , соответственно, есть \vec{i} и \vec{j} , где \vec{i} и \vec{j} — базисные единичные векторы 2-мерного Евклидова пространства, а векторы w и s равны, соответственно, векторам $-\vec{i}$ и $-\vec{j}$.

Полагаем, что в нагруженном диграфе (L, f) для каждой дуги $(x, y) \in E$ имеет место $(y, x) \in E$. Мы также предполагаем, что диграф связан и не имеет петель. Диграф (L, f) называется 2-лабиринтом, или в последующем просто лабиринтом, если:

- 1) $|V| \geq 2$ и $Y = D$;
- 2) Для любого $u, v \in E$, $u \neq v$, если $p_1(u) = p_1(v)$ то $f(u) \neq f(v)$;
- 3) Для любых $x, y \in V$, если $(x, y) \in E$, то $f((x, y)) = -f((y, x))$.

Кроме того, мы предполагаем, что нагрузка f лабиринта (L, f) задана, поэтому будем обозначать лабиринт просто L . Часто вместо L будем писать $(L; x)$ или L_x , где $x \in V$, если в L отмечена одна вершина x , которая называется входом или началом лабиринта L ; в этом случае лабиринт L является инициальным.

Обозначим через $|u|_L$ отметку дуги u в лабиринте L . Тогда для вершины $x \in V$ множество отметок $[x]_L$ есть $\{|u|_L \mid u \in E_x\}$, где $E_x = \{u \in E \mid p_1(u) = x\}$.

Пусть M и N , $M \neq N$, — некоторые точки плоскости, и $\overrightarrow{MN} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$. Будем говорить, что вектор \overrightarrow{MN} идет в направлении:

- 1) e , если $\alpha > 0$ и $\beta = 0$;
- 2) n , если $\alpha = 0$ и $\beta > 0$;
- 3) w , если $\alpha < 0$ и $\beta = 0$;
- 4) s , если $\alpha = 0$ и $\beta < 0$.

Множество T отрезков на плоскости называется конфигурацией, если любые два разных отрезка из этого множества могут иметь не больше одной общей точки, причем если она у них есть, то она обязательно является концевой для обоих отрезков.

Лабиринт $L = (V, E)$, где $V \subseteq \mathbb{R}^2$ (\mathbb{R} — множество действительных чисел), называем прямоугольным лабиринтом, если для любых $x, y \in V$ из $(x, y) \in E$ следует, что отрезок \overrightarrow{xy} идет в направлении $|(x, y)|$, а множество отрезков $T = \{xy \mid (x, y) \in E\}$ является конфигурацией.

Фигура $\bar{L} = \bigcup_{(x,y) \in E(L)} \overrightarrow{xy}$ в \mathbb{R}^2 называется реализацией прямоугольного лабиринта L .

Пусть \mathbb{Z}^2 — целочисленная решетка на плоскости. Введем функцию расстояния d в \mathbb{Z}^2 следующим образом. Для любых двух точек $u, v \in \mathbb{Z}^2$ положим $d(u, v) = ((p_1(u) - p_1(v))^2 + (p_2(u) - p_2(v))^2)^{\frac{1}{2}}$. Для любого конечного множества $V \subseteq \mathbb{Z}^2$ обозначим $diam(V) = \max \{d(u, v) \mid u, v \in V\}$.

Пусть $a = (a_1, a_2)$ и $b = (b_1, b_2)$ — произвольные элементы множества \mathbb{Z}^2 . Говорим, что a и b (слабо) соседние, если $(d(a, b) < 2)$ $d(a, b) = 1$. Последовательность $a = p_0, p_1, \dots, p_m = b$ в \mathbb{Z}^2 называется (слабой) цепью, связывающей точку a и точку b , если точки p_{i-1} и p_i (слабо) соседние для любого i , $1 \leq i \leq m$. Множество $V \subseteq \mathbb{Z}^2$ называется (слабо) связным, если для любых $a, b \in V$ существует (слабая) цепь в V , связывающая их. Компонентом (слабой) связности множества V называется любое максимальное (слабое) связное подмножество множества V .

Проведем через вершины \mathbb{Z}^2 все возможные прямые, параллельные осям координат. Полученная фигура является реализацией прямоугольного лабиринта, который обозначим через \mathbb{Z}^2 . Под мозаичным лабиринтом будем понимать любую связную часть (нагруженную) лабиринта \mathbb{Z}^2 . Под шахматным лабиринтом будем понимать любой связный подграф (нагруженный) лабиринта \mathbb{Z}^2 , в котором для любых соседних точек $a, b \in \mathbb{Z}^2$ существуют дуги (a, b) и (b, a) .

Из введенных определений следует, что шахматный лабиринт может быть задан функцией $c : \mathbb{Z}^2 \rightarrow E^2$, ($E^2 = \{0, 1\}$), где $V_c = c^{-1}(\{1\})$ — связное множество. Шахматный лабиринт L бесконечен (конечен), если множество V_c бесконечно (конечно). Далее предполагаем, что все шахматные лабиринты конечны.

Дырой лабирина L называется произвольная компонента слабой связности множества $\mathbb{Z}^2 \setminus V_c$. Граница дыры Δ есть подграф с множеством вершин $[\Delta] = \{x \in V_c \mid \exists y \in \Delta, y \text{ — слабо соседняя с } x\}$. Если $\Delta(L)$ — множество конечных дыр лабиринта L , тогда число $cdiam L = \max \{diam \Delta \mid \Delta \in \Delta(L)\}$ называем циклическим диаметром лабиринта L .

Пусть $V = ((1, -1), (1, 0), (1, 1), (0, -1), (0, 1), (-1, -1), (-1, 0), (-1, 1)) = (p_1, p_2, \dots, p_8)$ — упорядоченный набор элементов из \mathbb{Z}^2 . Набор V определяет для каждого $z \in \mathbb{Z}^2$ набор $V(z) = (z, z + p_1, z + p_2, \dots, z + p_8)$. Набор $V(z)$ называем окрестностью точки $z \in \mathbb{Z}^2$.

Пусть $A_{q_0} = (A, Q, B, \varphi, \psi, q_0)$ автомат, где A — входной алфавит, B — выходной алфавит, Q — множество состояний, $\varphi : Q \times A \rightarrow Q$ — функция изменения состояния, $\psi : Q \times A \rightarrow B$ — функция выхода, q_0 — начальное состояние. Автомат A_{q_0} является допустимым, если $A = (E^2)^9, B = D \cup 0 \subset \{0, p_1, p_2, \dots, p_8\}$ и для всех $q \in Q$ и $a = (1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9) \in A$ если $\psi(q, a) = p_i$, тогда $a_{i+1} = 1$, считая, что $p_0 = 0 = (0, 0)$ — нулевой вектор. В дальнейшем предполагаем, что все автоматы являются допустимыми. На рис. 1 допустимыми выходами автомата являются p_4, p_7 . Набор V называем полем зрения автомата A .

$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Рис. 1. Пример входной конфигурации с допустимыми выходами p_4 и p_7 .

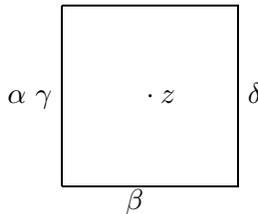
Поведением автомата в лабиринте называем последовательность $\pi(A_{q_0}, V, c, v_0) = (z_0, q_0, a_0, b_0), (z_1, q_1, a_1, b_1), (z_2, q_2, a_2, b_2), \dots$, где $z_0 = v_0, z_{i+1} = z_i + b_i, q_{i+1} = \phi(q_i, a_i), a_i = (c(z_i), c(z_i + p_1), c(z_i + p_2), c(z_i + p_3), c(z_i + p_4), c(z_i + p_5), c(z_i + p_6), c(z_i + p_7), c(z_i + p_8))$ и $b_i = \psi(q_i, a_i)$. Ясно, что если автомат допустимый, тогда $z_t \in V_c$ для каждого $t, t = 0, 1, 2, \dots$. Пусть $Int(A_{q_0}, L_{v_0}) = \bigcup_{i=1}^{\infty} \{z_i\}$. Если $Int(A_{q_0}, L_{v_0}) = V(L_{v_0})$, то говорим, что автомат обходит лабиринт.

Пусть $Q_F = \{q_{F_0}, q_{F_1}\}$ и $Q_F \subseteq Q$. Будем говорить, что автомат распознает лабиринт L_{v_0} , если при запуске этого автомата в лабиринт L_{v_0} в итоге происходит переход в заключительное состояние q_{F_1} , а при запуске в лабиринт $L'_{v_1} \neq L_{v_0}$ происходит переход в заключительное состояние q_{F_0} . Пусть C — класс инициальных лабиринтов. Говорим, что автомат распознает класс C , если при запуске этого автомата в любой лабиринт L_{v_0} происходит переход в заключительное состояние

q_{F_1} только тогда, когда $L_{v_0} \in C$, и для любого лабиринта $L'_{v_1} \notin C$ происходит переход в заключительное состояние q_{F_0} .

Пусть $\mathcal{P} = \{K \subseteq \mathbb{Z}^2 \mid K \text{ — связное конечное множество такое, что множество } \mathbb{Z}^2 \setminus K \text{ связное}\}$.

Если $K \in \mathcal{P}$, тогда границей K будем называть множество $\partial K = \{z \in K \mid \text{существует точка } z' \in \mathbb{Z}^2 \setminus K \text{ такая, что } z \text{ и } z' \text{ — слабо соседние}\}$. Вокруг каждой точки $z = (z_1, z_2) \in \partial K$ рассмотрим квадрат kv_z с стороной длины 1. Его стороны обозначим через $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ (рис. 2).



$$\begin{aligned} \alpha &= \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid z_1 - \frac{1}{2} \leq x_1 \leq z_1 + \frac{1}{2}, x_2 = z_2 + \frac{1}{2}\}, \\ \beta &= \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid z_1 - \frac{1}{2} \leq x_1 \leq z_1 + \frac{1}{2}, x_2 = z_2 - \frac{1}{2}\}, \\ \gamma &= \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 = z_1 - \frac{1}{2}, z_2 - \frac{1}{2} \leq x_2 \leq z_2 + \frac{1}{2}\}, \\ \delta &= \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 = z_1 + \frac{1}{2}, z_2 - \frac{1}{2} \leq x_2 \leq z_2 + \frac{1}{2}\}. \end{aligned}$$

Рис. 2. Квадрат kv_z для точки z .

Самая нижняя и самая правая точка (НП точка) множества K есть точка $z = (z_1, z_2) \in K$, такая, что для каждого $a = (a_1, a_2) \in K$, $a \neq z$, $z_2 < a_2$ или, если $z_2 = a_2$, то $z_1 > a_1$. Аналогично, НЛ, ВП, ВЛ точка множества K есть, соответственно, самая нижняя и самая левая, самая верхняя и самая правая, самая верхняя и самая левая точка множества K .

Пусть st_z — множество сторон квадрата kv_z , для которых «сторона находится между точками множества K и множества $\mathbb{Z}^2 \setminus K$ ». Фигура $F_K = \bigcup_{z \in \partial K} st_z$ представляет собой прямоугольный многоугольник.

Пусть $S_{1,-1} = \{\{1, -1\}^k \mid k \geq 4\}$ — конечное множество $\{1, -1\}$ наборов. Пусть $(S)^*$ — множество всех слов $s = s(1)s(2) \dots s(k)$, $k \geq 4$, над алфавитом $S = \{1, -1\}$. Определим отображение $f : \mathcal{P} \rightarrow (S)^*$

следующим образом. Пусть $K \in \mathcal{P}$. Обходя многоугольник F_K в положительном направлении начиная от самой нижней и самой правой точки, сопоставим вершине F_K значение -1 , если угол в вершине равен $\frac{\pi}{2}$, и значение 1 , если угол в вершине равен $\frac{-\pi}{2}$.

Определим следующие семейства множеств (рис. 3):

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \{P \in \mathcal{P} \mid |P| \geq 2, f(P) = (-1, (-1, 1)^n, -1, -1, (1, -1)^k, -1), k, n \geq 0\} \\ \Phi_2 &= \{P \in \mathcal{P} \mid |P| \geq 2, f(P) = (-1, (1, -1)^n, -1, -1, (1, -1)^k, -1), k, n \geq 0\} \\ \Phi_3 &= \{P \in \mathcal{P} \mid |P| \geq 2, f(P) = (-1, (-1, 1)^n, -1, -1, (-1, 1)^k, -1), k, n \geq 0\} \\ \Phi_4 &= \{P \in \mathcal{P} \mid |P| \geq 2, f(P) = (-1, (1, -1)^n, -1, -1, (-1, 1)^k, -1), k, n \geq 0\} \end{aligned}$$

где $(a, b)^n$ — это последовательность, состоящая из пары (a, b) , повторенной n раз.

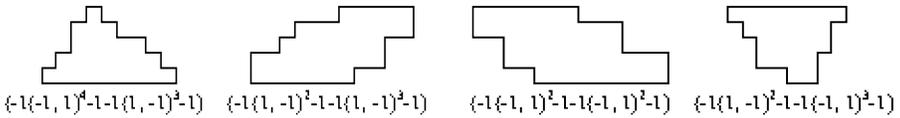


Рис. 3. Примеры лабиринтов из классов Φ_1, Φ_2, Φ_3 и Φ_4 .

Если $z_j = (x_j, y_j) \in \mathbb{Z}^2, j = 1, 2, 3, 4$ обладают свойством $y_2 = y_3, y_1 = y_4, y_1 \leq y_2$, введем обозначение $A_{\Phi_i}^{z_1, z_2, z_3, z_4} = \{K \in \Phi_i \mid z_1, z_2, z_3, z_4 \text{ являются НП, ВП, ВЛ, НЛ точками } K, \text{ соответственно}\}, i \in \{1, 2, 3, 4\}$.

Определим класс S_8 .

Пусть $z_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{Z}^2, i = \overline{1, 30}$ обладают свойством 8) (рис. 4).

$$\text{Свойство 8) } \left\{ \begin{array}{l} y_{17} = y_{24} = y_{19} = y_2, \\ x_{17} \leq x_{24} < x_{19} - 1, x_{19} \leq x_2, \\ y_4 > y_3 > y_2, y_{15} > y_{16} > y_{17} \\ y_{15} = y_{22} = y_{21} = y_4, \\ x_{15} \leq x_{22} < x_{21} - 1, x_{21} \leq x_4, \\ y_{13} = y_{30} = y_{25} = y_6, \\ x_{13} \leq x_{30} < x_{25} - 1, x_{25} \leq x_6, \\ y_8 > y_7 > y_6, y_{11} > y_{12} > y_{13} \\ y_{11} = y_{28} = y_{27} = y_8, \\ x_{11} \leq x_{28} < x_{27} - 1, x_{27} \leq x_8 \end{array} \right.$$

Пусть $K_8^{\{z_i\}_{i=1,30}} = \{K | K = \bigcup_{i=1}^{12} K_i^8, \text{ причем } K_1^8 \in A_{\Phi_4}^{z_1, z_2, z_{17}, z_{18}}, K_2^8 \in A_{\Phi_2}^{z_2, z_3, z_{20}, z_{19}}, K_3^8 \in A_{\Phi_3}^{z_3, z_4, z_{21}, z_{20}}, K_4^8 \in A_{\Phi_1}^{z_4, z_5, z_{14}, z_{15}}, K_5^8 \in A_{\Phi_2}^{z_{23}, z_{22}, z_{15}, z_{16}}, K_6^8 \in A_{\Phi_3}^{z_{24}, z_{23}, z_{16}, z_{17}}, K_7^8 \in A_{\Phi_4}^{z_5, z_6, z_{13}, z_{14}}, K_8^8 \in A_{\Phi_2}^{z_6, z_7, z_{26}, z_{27}}, K_9^8 \in A_{\Phi_3}^{z_7, z_8, z_{27}, z_{26}}, K_{10}^8 \in A_{\Phi_1}^{z_8, z_9, z_{10}, z_{11}}, K_{11}^8 \in A_{\Phi_2}^{z_{29}, z_{28}, z_{11}, z_{12}}, K_{12}^8 \in A_{\Phi_3}^{z_{30}, z_{29}, z_{12}, z_{13}}\}$; если $x_1 = x_{18}$, то $z_1 + (1, 1) \in K_1^8$ и $z_1 + (-1, 1) \in K_1^8$; если $z_3 + (0, 1) \notin K_3^8$ и $z_3 + (0, -1) \notin K_2^8$, то $z_3 + (-1, 1) \in K_3^8$ и $z_3 + (-1, -1) \in K_2^8$; если $x_5 = x_{14}$, то $z_5 + (1, -1) \in K_4^8$ и $z_5 + (-1, -1) \in K_4^8$; если $z_{16} + (0, 1) \notin K_5^8$ и $z_{16} + (0, -1) \notin K_6^8$, то $z_{16} + (1, 1) \in K_5^8$ и $z_{16} + (1, -1) \in K_6^8$; если $z_7 + (0, 1) \notin K_9^8$ и $z_7 + (0, -1) \notin K_8^8$, то $z_7 + (-1, 1) \in K_9^8$ и $z_7 + (-1, -1) \in K_8^8$; если $x_9 = x_{10}$, то $z_9 + (1, -1) \in K_{10}^8$ и $z_9 + (-1, -1) \in K_{10}^8$; наконец, если $z_{12} + (0, 1) \notin K_{11}^8$ и $z_{12} + (0, -1) \notin K_{12}^8$, то $z_{12} + (1, 1) \in K_{11}^8$ и $z_6 + (1, -1) \in K_{12}^8$.

Определим класс лабиринтов C_8 следующим образом: $C_8 = \{c : \mathbb{Z}^2 \rightarrow E^2 \mid c^{-1}(\{1\}) = K \in K_8^{\{z_i\}_{i=1,30}}, \text{ причем для } z_i, i = 1, \dots, 30 \text{ выполнено условие 8)}\}$.

В работе [1] показано что не существует распознающий автомат для класса лабиринтов C_8 .

Пусть $d \in \mathbb{R}, d \geq 2\sqrt{2}$. Определим подкласс $C_8^d \subseteq C_8, C_8^d = \{L \in C_8 \mid \text{cdiam}_L \leq d\}$.

Теорема 1. *Существует распознающий автомат для класса инициальных лабиринтов $(C_8^d, \text{НП}) = \{L_v \in C_8^d \mid v - \text{самая нижняя и самая правая точка } L_v\}$. Число состояний равно kd , а время распознавания лабиринта с n вершинами равно $k'n$ для некоторых $k, k' \in \mathbb{R}$.*

Доказательство теоремы 1

Построим допустимый распознающий автомат для класса лабиринтов C_8^d . Пусть $z \in \mathbb{Z}$. Окрестность точки z будем изображать с помощью таблиц вида

$c(z + p_8)$	$c(z + p_5)$	$c(z + p_3)$
$c(z + p_7)$	$c(z)$	$c(z + p_2)$
$c(z + p_6)$	$c(z + p_4)$	$c(z + p_1)$

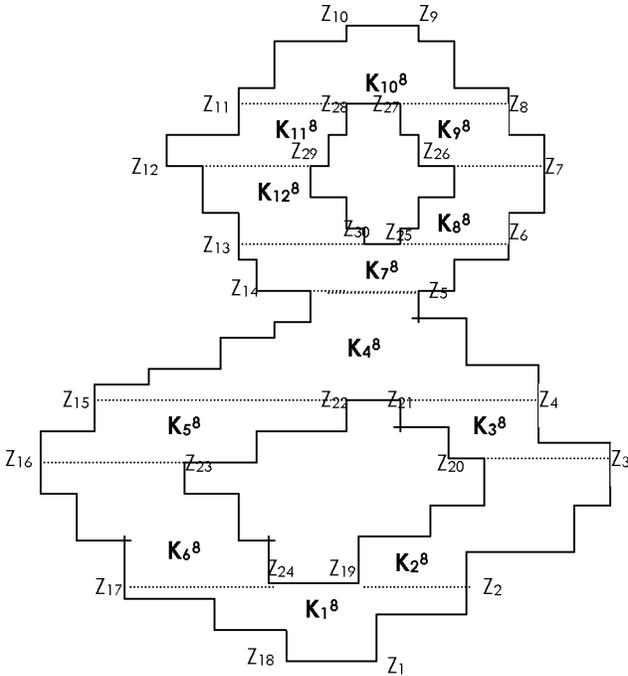


Рис. 4. Пример лабиринта, обладающего свойством 8).

В работе [5] построен распознающий автомат \mathcal{A}_{q_1} для класса лабиринтов C_0^d (рис. 5). На рис. 4 видно, что лабиринт из класса $(C_8^d, \text{НП})$ состоит из двух частей: нижней (части $K_1^8, K_2^8, K_3^8, K_4^8, K_5^8, K_6^8$) и верхней (части $K_7^8, K_8^8, K_9^8, K_{10}^8, K_{11}^8, K_{12}^8$), каждая из которых принадлежит классу C_0^d . В работе [2] построен распознающий коллектив $(\mathcal{A}_8, \mathcal{K}_8)$ для класса лабиринтов C_8 . Также, видно, что автомат \mathcal{A}_8 построен с учетом особенности, что лабиринт из класса C_8^d состоит из двух частей. Автомат \mathcal{A}_8 обходит лабиринт из класса C_8 по принципу «один за другим»: сначала обходит часть K_1^8 , потом часть K_6^8 , затем $K_5^8, K_3^8, K_2^8, K_4^8$ последовательно. Потом часть K_7^8 и потом части $K_{12}^8, K_{11}^8, K_9^8, K_8^8, K_{10}^8$ последовательно. Переход между частями осуществляется после осмотра окрестности точки, в которой находится. Например, когда первый раз автомат попадет в точку с окрестностью, представленной на рис. 6, мы будем знать, что находимся в НП

точке из окрестности нижней конечной дыры. Тогда надо сделать переход в часть K_6^8 . Построим автомат, обходящий искомый лабиринт аналогично автомату \mathcal{A}_8 .

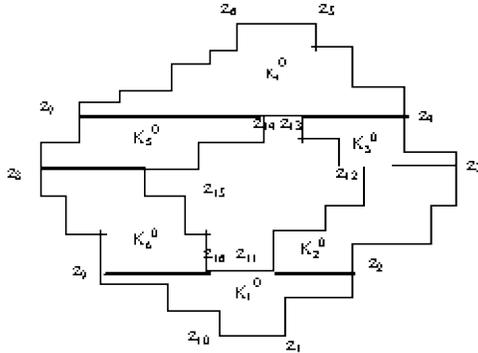


Рис. 5. Пример лабиринта из класса C_0^d .

Заметим что для любого лабиринта $L \in (C_8^d, \text{НП})$ его конечные дыры можно поместить в горизонтальную полосу ширины d .

Построим автомат $\mathcal{A}_{q_1}^8 = (A, Q, B, \varphi, \psi, q_1)$. Множество состояний Q представим в виде $Q' \cup Q''$, где $Q' = \{q_i | i = 1, \dots, 90\} \cup \{q_{F_0}, q_{F_1}\}$ — множество состояний автомата \mathcal{A}_8 из $(1, 1)$ -коллектива $(\mathcal{A}_8, \mathcal{K}_8)$ в работе [2], а $Q'' = \{(a, b, c, x, y) | 0 \leq a \leq d, b \in \{+, -, *\}, c \in \{q_e, q_n, q_w, q_s\}, x \in \{0, 1, 2, 3\}, y \in \{1, 2\}\}$. Начальное состояние q_1 лежит в Q' и соответствует начальному состоянию \mathcal{A}_8 . Заметим что значение пятого элемента y в (a, b, c, x, y) есть: если $y = 1$, автомат в процессе обхода находится в нижней части, а если $y = 2$, автомат находится в верхней части лабиринта.

0	1	x
1	1	x
x	x	x

 $x \in \{0, 1\}$.

Рис. 6. Окрестность НП-точки конечной дыры.

a_7	a_4	a_2
a_6	1	a_1
a_5	a_3	a_0

Если окрестность точки лабиринта имеет вид

$a_i \in \{0, 1\}, i = 0, 1, \dots, 7$, тогда в работе [2] определен код этой окрестности с $a_7 * 2^7 + a_6 * 2^6 + a_5 * 2^5 + a_4 * 2^4 + a_3 * 2^3 + a_2 * 2^2 + a_1 * 2^1 + a_0 * 2^0$.

Необходимо научить автомат проверять конечность дыры.

Если в начальный момент вход имеет код 80 или 84, автомат переходит в состояние $(0, +, q_e, 1, 1)$. Заметим что НП-точкой нижней конечной дыры имеет один из кодов $\{80, 84, 86, 87, 94, 95, 112, 116, 120, 124, 126, 127\}$. Из состояний q_2, q_4, q_6, q_7 по входу с кодом из этого множества автомат переходит в состояние $(0, +, q_e, 1, 1)$ (а не в q_9, q_7, q_8 , как в [2]) (состояниями q_1, q_2, \dots, q_{10} автомата \mathcal{A}_8 в [2] этот автомат обходит часть K_1^8 и переходит в часть K_6^8).

Дальше, автомат $\mathcal{A}_{q_1}^8$ имеет поведение как и автомат \mathcal{A}_{q_1} в [5].

После обхода нижней дыры и проверки ее конечности, автомат $\mathcal{A}_{q_1}^8$ имеет поведение как и автомат \mathcal{A}_8 в [2].

Заметим что НП-точка верхней конечной дыры имеет один из кодов $\{80, 84, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 95, 112, 114, 115, 116, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 126, 127\}$. Из состояний $q_{48}, q_{51}, q_{53}, q_{55}, q_{56}$ по входу с кодом из этого множества автомат переходит в состояние $(0, +, q_e, 1, 2)$ (а не в $q_{48}, q_{56}, q_{57}, q_{58}$, как в [2]). Снова, автомат $\mathcal{A}_{q_1}^8$ имеет поведение аналогичное автомату \mathcal{A}_{q_1} в [5]. Только, если автомат $\mathcal{A}_{q_1}^8$, находится в состоянии $(a, b, c, x, y) = (0, *, q_w, 0, 2)$, тогда для $a \in$

x	1	x
1	1	0
x	0	0

, $x \in \{0, 1\}$, $\varphi((0, *, q_w, 0, 2), a) = q_{58}$ и $\psi((0, *, q_w, 0, 2), a) = w$, где q_{58} — состояние автомата \mathcal{A}_8 из [2].

Поведение автомата $\mathcal{A}_{q_1}^8$ можем описать в терминах a, b, c, x, y — компоненты состояний из Q'' . Часть этого поведения описана в [2]. Здесь повторим. Содержательно происходит следующее. Автомат попадает в НП-точку конечной нижней дыры (обозначим ее через $v_{\text{НП}}$) и начинает обход дыры в отрицательном направлении. Направление обхода кодируется второй компонентой — b . Если $b = +$, в первой компоненте (a) вычисляется текущая высота в сравнении с уровнем $v_{\text{НП}}$. Если автомат находится в точке z , значение $a = |p_2(z) - p_2(v_{\text{НП}})|$. Когда $b = +$ и $x = 1$, a увеличивается на единицу; когда $b = +$ и $x = 0$,

a уменьшается на единицу. На каждом шаге проверяется, имеются ли «правильные» особенности в смысле свойства 0). Если $a > d$ или $a < 0$ или особенность нарушает свойство 0), автомат переходит в конечное состояние q_{F_0} и выдает на выход 0.

Когда значение a вновь станет равным 0 (что означает, что автомат вернулся на уровень $v_{\text{НП}}$), происходит переход в состояние $(0, *, q_e, 0, 1)$ и автомат движется на запад, пока не попадает в точку

x	1	0
x	1	1
x	x	x

$v_{\text{НЛ}}$ с окрестностью

ложительном направлении, что соответствует значению $b = -$. При этом в компоненте a считается ширина дыры относительно точки $v_{\text{НЛ}}$. Если автомат находится в точке z , то $a = |p_1(z) - p_1(v_{\text{НЛ}})|$. Когда $x = 1$ (что соответствует движению на восток), значение a увеличивается на единицу; когда $x = 0$ (что соответствует движению на запад), значение a уменьшается на единицу. Если в какой-то момент a станет равным 0, тогда либо автомат находится в вершине $v_{\text{НЛ}}$, либо нет. Если нет, необходимо продолжить вычисление шагов на «запад» и «восток».

Когда a вновь станет равным 0, автомат переходит в состояние $(0, *, q_w, 0, 1)$ и движется на восток, пока не попадает в точку $v_{\text{НП}}$ с

0	1	x
1	1	x
x	x	x

окрестностью

та и проверяются оставшиеся особенности.

Когда автомат попадает в НП-точку конечной верхней дыры, тогда снова начинается обход и проверка что дыра конечная. Только значение пятого элемента y в состоянии a, b, c, x, y теперь будет равно 2.

Легко увидеть, что $|Q| \leq 96d + 187$. Так как \mathcal{A}_{q_1} не попадает в одну и ту же точку больше, чем 7 раз, то переход в заключительное состояние произойдет не позднее, чем через $7n$ шагов, где n — число точек в лабиринте.

Список литературы

- [1] Стаматович Б. О распознавании лабиринтов автоматами // Дискретная математика. Т. 12, вып. 2. 2000. С. 51–65.
- [2] Стаматович Б. Распознавание цифр восемь коллективами автоматов // Интеллектуальные системы. Т. 6, вып. 1–4. 2001. С. 365–380.
- [3] Кудрявцев В. Б., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
- [4] Килибарда Г. Об универсальных лабиринтах-ловушках для конечных множеств автоматов // Дискретная математика. Т. 2, вып. 1. 1990. С. 72–79.
- [5] Стаматович Б. Автоматное распознавание двухсвязных лабиринтов с конечным циклическим диаметром // Программирование. Т. 3. 2010.