

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент: методология и практика

К. Э. Плохотников

В статье приводится новый взгляд на методологию (математического) моделирования и вычислительного эксперимента. Предложено формальное определение метода (математического) моделирования, приводятся некоторые неформальные аспекты данной методологии. Наибольшее внимание сосредоточено на обсуждении феноменов многомоделия в одной и той же познавательной ситуации, а также интерактивный характер взаимодействия в связке «модели данной предметной области — субъект-модельер». Приводится набор оригинальных примеров, иллюстрирующих использование данного взгляда на методологию.

Введение

Современная эпоха характеризуется феноменом глобализации. Одним из его аспектов является информационная индустрия. Существуют различного рода высказывания (см., например, в [1]) о том, что в наше время идет строительство глобального информационного общества. В этой связи можно говорить об информационных технологиях получения новых знаний, их накопления и использования. Методологию математического моделирования и вычислительного эксперимента можно отнести к подобного рода информационным технологиям.

В своих наиболее развитых формах метод математического моделирования зародился в физике, точнее, в математической физике, далее он постепенно дрейфовал в сторону биологии и общественных

дисциплин. На этом пути в методологии математического моделирования произошли заметные трансформации, природа которых обсуждается в статье.

Что такое математическая модель? Как она строится? Какова роль вычислительного эксперимента? Обсуждение ответов на приведенный выше перечень вопросов дается с учетом современной научной методологии, включая системный подход, а также на ряде конкретных примеров, взятых из монографии автора [2].

Термины «моделирование» в широком смысле и «математическое моделирование» в более узком занимают особое место в методологии современной науки. Обычно исходят из интуитивного представления, *модель — это некоторая минимальная и в то же время нетривиальная конструкция, которая позволяет сделать значимые высказывания о предмете исследования*. Использование электронно-вычислительной техники значительно расширило возможности моделирования, позволяя создавать «виртуальную реальность». Методологии математического моделирования и вычислительного эксперимента, а также концепция «виртуальной реальности» — все это можно отнести к современным информационным технологиям получения новых знаний, их накопления и применения при изучении как естественнонаучных, так и социальных, «человекомерных» областей знания.

В статье проводятся две линии изложения методологических аспектов моделирования. Согласно первой линии изложения, дается формальное определение того, что понимается под математическим моделированием. Это определение включает в качестве главных компонентов: многомоделие, вопрос соотносительности моделей друг к другу в одной и той же познавательной ситуации (предметной области), системный способ организации, как отдельной модели, так и ряда моделей в новую системную целостность — сверхмодель. Особое внимание сосредоточено на феномене многомоделия для той или иной предметной области.

Системный анализ некоторой познавательной ситуации особенно остро ставит вопрос о том, что же реально моделируется на уровне элемента системы и ее целостности в рамках данной модели. В условиях многомодельной нормы описания сложных объектов исследования становятся особенно значимыми претензии моделей онтологиче-

ского характера, их, так сказать, экзистенциальные мотивы, что, в общем и целом, относится ко второй линии изложения методологии моделирования. Критическое отношение к природе элементов модели и ее целостности заслуживает внимание также и потому, что с него начинается рождение новой модели, а сам акт рождения составляет скорее предмет искусства. Таким образом ко второй линии изложения методологии математического моделирования относятся различного рода неформальные соображения, использование которых в каждом случае должно специально оговариваться и обсуждаться.

1. Методология математического моделирования

Анализ современных тенденций в методологии производства научного знания показывает значительное усиление роли метода (математического) моделирования. Широкое его использование привело к настоятельной потребности осознания внутренних закономерностей порождения и развития моделей.

Приведем ряд высказываний. В работе [3, с. 58] математическое моделирование называют «...новой научной технологией, новой методологией научных исследований, поиска и прогноза». В более широком плане, согласно [4, с. 4], «...моделирование претендует на методологическую фундаментальность, не уступающую теории и эксперименту» или «...как на форму интеллектуально-познавательного бытия человека в мире электронно-вычислительных машин». Появление и широкое внедрение компьютеров в качестве незаменимого инструмента научного процесса привело к обратному воздействию вычислительной идеологии на (математическое) моделирование, как в части теории, так и в части эксперимента. В книге [5, с. 5] пишется о необходимости создания специфической «машинной» математики. Разрабатывается математическая теория измерительно-вычислительных систем [6], позволяющая сформулировать критерии адекватности моделей. В связи с феноменом персонального компьютера [7, с. 50] используют термин «интеллектуальная мастерская», в которой персональная ЭВМ играет роль своеобразного «верстака», позволяющего операционально работать с объективированным знанием. В более ши-

роком смысле [8] компьютер — устройство, порождающее «виртуальную реальность».

В общем и целом переживание той или иной виртуальной реальности [9, 10] со стороны оператора (модельера, игрока компьютерных игр, просто человека и пр.) достигается на пути применения методов математического моделирования, вычислительного эксперимента и программирования плюс еще нечто, что можно отнести к психологии конкретного модельера, оператора. Психологию оператора можно истолковать в форме комплекса под условным названием «комплекс творца». Под *комплексом творца* можно понимать то, что оператор (модельер, пользователь) благодаря модели и ее воплощению в форме виртуальной реальности переживает то, что характеризуется в качестве атрибутов творца, то есть атрибутов *воли, свободы, силы и власти*. Более подробно с понятиями «воли», «свободы», «силы» и «власти» можно ознакомиться в математической модели психифизики, представленной в монографии автора [2]. Для характеристики степеней переживания комплекса творца можно воспользоваться уже имеющейся номенклатурой, разработанной в виртуалистике. Так, переживание виртуальной реальности в [9] подразделяют на *гратуальные* (от латинского *gratus* — «привлекательный»), *консуетальные* (от латинского *consuetus* — «нормальный, обычный») и *ингратуальные* (от латинского *ingratus* — «непривлекательный»). Приготовление той или иной модели явления или процесса в форме виртуальной реальности требует особого отношения к интерфейсу ее реализации на компьютере. В общем случае этот интерфейс включает адекватную визуализацию, звуковое сопровождение, а также, что менее доступно, имитацию прочих сенсорных раздражителей с целью полного воплощения виртуальной реальности, когда у оператора не остается способа различить искусственную и материнскую реальности.

Новые тенденции в развитии метода математического моделирования особенно выпукло проявляются в таких областях, как история, политика, экономика [11–14], социология [14–15], экология [16–18] и ряд других. Примером служит ряд исследований, представленных Римскому клубу (более подробно в [19]). Эти исследования отмечены совершенно новым качеством — ощущается настойчивая потребность в глобальной экспертизе развития, роста, прогноза и контроля той целостности, которая еще очень смутно представляется в виде единого

мирового хозяйства. Уже эти первые попытки глобалистики привели к фундаментальным трудностям неоднозначного толкования исходной целостности (права человека, экономическая целесообразность, экзистенциальные, мессианские мотивы религиозного фундаментализма и пр.). В результате была сформулирована общая концепция глобального моделирования [19–25], позволяющая подвести определенную научную базу под эти разработки. В связи с глобалистикой и математическим моделированием подчеркнем роль системного подхода, системного способа мышления, системной методологии [26–42]. Системный подход по отношению к математическому моделированию выступает в двух аспектах: как метатеория и как элемент методологии. В качестве метатеории системный подход представлен в работах [32, 33, 37–42].

Подчеркнем наличие двух линий в изложении темы математического моделирования. Во-первых, будет представлено новое формальное определение метода математического моделирования. Во-вторых, будут затронуты в общих чертах такие вопросы, как: что есть новое знание и возможные механизмы научного творчества в области математического моделирования

Дадим формальное определение математического моделирования. Для этого необходимо сделать ряд отступлений. Начнем с того, что сам процесс производства математических моделей носит активный, деятельностный характер [36, 43–45]. Это «индустрия», поток деятельностно-интеллектуального производства, для которого цель, мотив, средства выступают на передний план. При этом «... средства познания, — как указано в [36, с. 11], — теперь все чаще служат не только регулятивами собственно познавательного процесса, но и орудиями „конструирования“ реальности, подлежащей исследованию».

Концепция математического моделирования в традиционном смысле [46–51] сводится в общих чертах к тому, что модель *опосредована объекту исследования и дает о нем новое знание*. Уже в этом определении присутствует формальная (опосредованность) и неформальная (новое знание) компоненты в толковании понятия «модель».

Исходя из объекта исследования, после построения модели и получения нового знания возвращаемся к объекту, но на другом теоретико-познавательном уровне. В [47, с. 87] схематически этот процесс представляется в виде: объект → модель → объект.

Дальнейшее развитие концепция моделирования получила в связи с привлечением системного подхода. Обычно [49, 52–54] под моделью понимается некоторая система. В работе [29] приводится классификация У. Уивера объектов исследования на:

- 1) организовано простых (например, механические объекты);
- 2) беспорядочно сложных (например, поликристалл);
- 3) организовано сложных (например, живое).

В качестве примера организовано простой системы рассмотрим часы. Часы состоят из шестеренок, пружин и пр., но их целостность — механизм для отсчета равных отрезков времени — не имеет ничего общего с теми элементами, из которых они собраны. Целостность часов задана человеком, она не обусловлена элементной базой часов. Кроме того, элементы часового механизма могут существовать сами по себе и их присутствие в часах не меняет их природы. Тем самым в терминах системной теории первый тип объектов исследования характеризуется тем, что элементы и целостность некоторой системы могут существовать автономно друг от друга.

В качестве примера беспорядочно сложной системы рассмотрим поликристалл. Он состоит из набора отдельных монокристаллов, в которых атомы упакованы регулярным образом. Дальний порядок монокристалла — его целостность. При этом, с одной стороны, элементы (атомы) монокристалла могут существовать сами по себе (вне кристалла), с другой стороны, в кристалле они модифицированы, взаимодействуя друг с другом. С точки зрения атомарного состава кристалла дальний порядок является чрезвычайно нетривиальным свойством. Эта нетривиальность получила свое название в виде понятия «характерная симметрия кристалла». Важно отметить, что термин «симметрия» вовсе не объясняет, как из взаимодействующих атомов образуется кристалл, он лишь констатирует факт его существования. С другой стороны, дальний порядок кристалла является специфичным по отношению к тем атомам, из которых он состоит. Тем самым для второго типа объектов исследования характерны: во-первых, различие между элементами вне и в контексте системы, во-вторых, определенная специфичность целостного свойства системы к своим элементам.

Приведенные выше примеры систем первых двух типов объектов исследования позволяют легко перейти к описанию систем третьего типа. Для организованно сложных объектов при описании их на языке системной теории характерно еще большее сближение элементной базы с целостными свойствами вплоть до полного слияния. Именно в этом кроется центральная трудность, выражающаяся в том, что идентификация элементов и целостных свойств организованно сложных объектов становится в значительной степени актом субъективного произвола исследователя. По этому поводу существует две точки зрения. Пессимистическая — выражающаяся на примере биологии в виде теории витализма, то есть сложно организованный объект исследования, по терминологии И. Канта — вещь в себе. Оптимистическая — нет ничего страшного в том, что компонента субъективизма при определенных ограничениях войдет в познавательный процесс изучения сложно организованного объекта. Последняя точка зрения ответственна за *феномен многомоделия* и *интерактивный* характер взаимодействия в связке «знание — субъект-оператор» Феномен многомоделия наиболее характерен для нашего времени. В ряде предметных областей (история, политика, экономика и некоторые другие области) этот феномен сопровождается предложением огромного числа моделей.

Следуя приведенной выше классификации, сформулируем вопрос: может ли модель не быть системой. Если считать, что системная теория годится для описания только первых двух типов объектов исследования, то, да, существуют такие модели (например, витализм, преформизм в эмбриологии, теория пассионарности Л. Н. Гумилева [55] и некоторые др.) Если же считать, что для описания всех трех типов объектов исследования системная теория является подходящим инструментом, то не существует модели, которая не является системой. Именно это обстоятельство переводит системный подход из ранга методологии в ранг метатеории.

Методологический аспект системного подхода позволяет рассматривать познавательный процесс через призму разворачивания целого как системы взаимосвязанных элементов и свертывания их обратно в целое. Схематически это выглядит так: целое \rightarrow система элементов \rightarrow целое'. Для этой цепочки введем специальный термин — *элементарный акт моделирования*. Понятие «элементарный акт моделиро-

вания» нам нужно по двум причинам. Во-первых, элементарные акты моделирования одного и того же объекта исследования (многомоделле) необходимо как-то соотнести друг с другом. Ниже это будет сделано путем введения метамодели, собранной системно из отдельных элементарных актов моделирования. Во-вторых, в рамках элементарного акта моделирования возможны наиболее сильные и ответственные утверждения о природе моделируемого объекта. Элементарный акт моделирования — минимальная методологическая конструкция, в рамках которой возможны высказывания онтологического плана, то есть такие высказывания в которых делаются утверждения о природе элемента и целостности предметной области как таковых.

В работе [56, с. 63] пишется: «Причина возникновения вопроса о метафизических обязательствах в связи с постановкой экзистенциальных вопросов при использовании моделей заключается в системном характере моделей». Таким образом, нас интересует не всякая модель, а лишь такая, которая построена на системных принципах и принимает на себя вполне определенные экзистенциальные обязательства по ответу на вопрос, что же реально моделируется. Само слово *экзистенциализм* в переводе с латинского означает существование [57]. Этот термин имеет отношение к философии существования (К. Ясперс, П. Сартр, А. Камю, М. Хайдеггер, Н. А. Бердяев, Л. Шестов и некоторые другие), в которой в основу кладется переживание оператора (модельера) в его неразрывной связи с предметом исследования. Дополняя онтологию экзистенцией, можно говорить о минимальном философском наборе, привлекаемом для обоснования методов (математического) моделирования и вычислительного эксперимента.

Системность и экзистенциальные обязательства не только предполагают друг друга, но и являются необходимыми условиями существования модели. Отказывая экзистенции в пользу системности, мы догматизируем некоторый формальный язык описания объекта исследования. Отказывая системности в пользу экзистенции, отрицаем возможность формализованного описания объекта исследования.

Для того, чтобы привести формальное определение математического моделирования, необходимо развернуть и охарактеризовать познавательный процесс во времени. Следуя [36, 58], выделим следующие три стадии в развитии методологии моделирования: *онтологизм*,

гносеологизм, методологизм. В рамках этой классификации на стадии онтологизма объект исследования описывается одной единственной элементарной моделью, на стадии гносеологизма — несколькими, на стадии методологизма — сверхмоделью, состоящей из ряда элементарных моделей.

Схематически процесс развертывания моделирования, или, в других терминах, внутринаучной рефлексии, во времени представим на рис. 1. Точкой обозначен исходный объект исследования в его целостном, нерасчлененном виде. На стадии онтологизма единственный элементарный акт моделирования схематически выражен в виде звена диалектической спирали (☉ — геометрический образ звена спирали): целое → система элементов → целое'. На стадии методологизма пунктиром обозначена сверхмодель, в центр которой помещен «субъект-оператор». Формально можно продвинуться за стадию методологизма, то есть говорить о стадии методологизма₂ и т. д. вплоть до бесконечности. Предельная конструкция, следуя [59], была названа *конфигуратором*, который есть, по существу, модель субъекта. Конфигуратор на рис. 1 изображен с помощью символа ⊙.

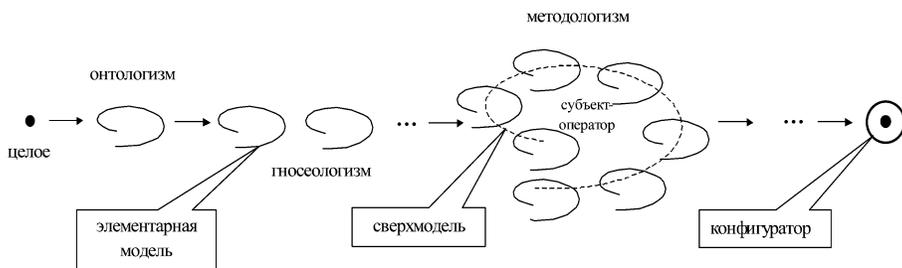


Рис. 1. Схема развертывания внутринаучной рефлексии.

Дадим более детальные комментарии к схеме на рис. 1. Для стадии онтологизма характерно доминирование одной единственной модели, которая в этом случае может приобрести статус теории фундаментального типа. Примером служит классическая механика до создания специальной теории относительности. В этом случае реальность (онтология) отождествлялась с уравнениями Ньютона, что провозгласило к выводу о том, что сами уравнения Ньютона и являются реальностью (лапласовский детерминизм).

На стадии гносеологизма допускается множественное описание реальности. Примером тому служит появление специальной теории относительности, претензии которой на описание реальности такие же, как и в классической механике. Этап гносеологизма характерен смещением центра тяжести к субъекту, порождающему модели. Возникает иллюзия конструирования реальности, когда субъект набрасывает сеть своих представлений на мир. На стадии методологизма происходит снятие напряжений между этапами онтологизма и гносеологизма.

Согласно [25], моделирование в своем развитии прошло пять стадий, причем последняя, пятая стадия — стадия глобального моделирования — явилась закономерным этапом эволюции метода моделирования. В [4, 56] специфика глобального моделирования обозначена термином «системное моделирование». Согласно [60, с. 125] системное моделирование характеризуется следующими чертами: «1) представление объекта исследования в виде системы; 2) многомодельность; 3) итеративность построения системной модели; 4) интерактивность». Последнюю черту — интерактивность — выделим и прокомментируем в связи со стадией методологизма. Интерактивность — активное вовлечение субъекта в познавательную деятельность — является существенным и принципиальным моментом в концепции системного моделирования. Субъект (оператор) призван объединить в своей деятельности формализованное и неформализованное знание [61], он, согласно [62, с. 74], «... может выступать не только в роли пользователя, аналитика и оператора, но и в роли своеобразной „приставки“ (к ЭВМ)...»

Таким образом, концепция системного моделирования вполне отвечает нашим представлениям о стадии методологизма. Новая интерпретация субъекта как субъекта-оператора расшифровывает смысл его интеллектуальной деятельности по созданию *сверхмодели* (синонимы: модель моделей, метамодель). Субъект-оператор (системный модельер) использует системный подход дважды. Один раз при построении элементарных актов моделирования, другой — в создании сверхмодели, собранной из них.

Теперь у нас есть все для того, чтобы дать новое формальное определение концепции (математического) моделирования. Оно должно соединять в себе модель уже в известном ранее смысле, принцип де-

тельности, системный подход, а также принцип историчности, выраженный в последовательности стадий внутринаучной рефлексии: онтологизм, гносеологизм и методологизм.

Определение. Под (математическим) моделированием понимается специфически человеческая деятельность, развертывающаяся поэтапно (онтологизм, гносеологизм, методологизм) в конкретной познавательной ситуации и приводящая к созданию сверхмодели, которая является системной сборкой отдельных элементарных актов моделирования.

Дихотомия «модель — сверхмодель», заключенная в определении метода моделирования, похожа на аналогичные конструкции, которые появляются при изучении структуры научных теорий (А. Койре, И. Лакатос, К. Пошпер, Ст. Тулмин, Дж. Холтон, П. Фейерабенд, а также В.С. Степин, В.А. Лекторский и ряд других ученых). Смысл подобных дихотомий сводится к тому, чтобы определить и формализовать присутствие субъекта (субъекта-модельера, субъекта-оператора) в научной теории.

Отметим, что с формальной точки зрения ограничений на число уровней научной рефлексии нет. Можно было бы в определение моделирования ввести стадии методологизма с индексами 2, 3 и т. д. и, следуя [59], действительно говорить о конфигураторе, а не о сверхмодели. Тот выбор, который сделан выше в определении моделирования, может быть обоснован лишь с неформальной точки зрения. Обычно глубинные переживания творческого процесса при построении той или иной модели надежно упрятаны в общий постановочный контекст, предшествующий всякой элементарной модели. Учитывая многообразные пути субъективного опыта, которым постигаются такие понятия, как целое, элемент, взаимодействие между элементами и т. п., приведем несколько ярких высказываний на эту тему.

А. Бергсон [63, с. 6] называет интуицию родом «... интеллектуальной симпатии, путем которой переносятся внутрь предмета, чтобы слиться с тем, что есть в нем единственного и, следовательно, невыразимого», и еще, — «... анализ без конца умножает точки зрения, чтобы дополнить представление, всегда неполное, без устали разнообразит символы, чтобы довершить перевод, всегда несовершенный».

Приведенные высказывания можно переложить на язык моделирования. Опыт интуиции как «интеллектуальной симпатии» позволяет «переживать» то единственное и невыразимое, что дается помимо отдельных элементарных моделей. Но это есть по нашей терминологии сверхмодель. Интуиция сверхмодели дает полноту переживания во всем богатстве возможных слепков в виде отдельных элементарных моделей. Интуиция смыкается с широким кругом проблем, касающихся интимнейших аспектов субъективного опыта: от мистического опыта (средних веков и востока), интуиционизма А. Шопенгауэра и А. Бергсона до опыта философской герменевтики Х.-Г. Гадамера. Все эти вопросы тесным образом связаны с тем, что в моделировании называется «новым знанием».

Может показаться, что элементарных актов моделирования можно генерировать неограниченно много и что на этом пути возможны злоупотребления. Такая постановка вопроса имеет смысл в том случае, когда до первого построения элементарной модели мы уже не сомневаемся в существовании некоторого сверхмодельного канона, который доминирует в нас и диктует вполне определенный выбор элементарных моделей. Для преодоления этой ситуации необходимо, чтобы каждый элементарный акт моделирования осуществлялся по возможности свободно. В результате «свободной игры» отдельных актов моделирования и должно образоваться нечто, что мы называем сверхмоделью. Х.-Г. Гадамер, следуя Й. Хейзинге [64], в рамках традиции философской герменевтики также использует понятие игры, считая его одним из основных понятий в толковании произведения искусства или исходной познавательной ситуации применительно к нашему случаю.

Чтобы пойти дальше, уточним правила игры, разъясняя, что же понимается под свободной игрой отдельных актов моделирования. Под этим представляется такой отбор элементарных моделей, которые, если так можно выразиться, обладают нетривиальными претензиями по вопросу о природе моделируемого объекта. Можно сказать и так: бытийные, экзистенциальные планы отдельных элементарных моделей должны находиться в «напряженном» состоянии друг к другу, они должны «конфликтовать». По мере накопления отдельных модельных актов будет складываться и сверхмодель, которая, с одной стороны, их «примирит», с другой — «окрепнув», явится, по существу,

тем универсумом, которым исчерпывается ближайший горизонт всех возможных актов элементарного моделирования.

Правила «методологической игры» в процессе моделирования будут состоять в следующем. Во-первых, в поиске «решающей» элементарной модели такой, что с ее появлением текущая сверхмодель оказывается несостоятельной и преобразуется в другую сверхмодель. Во-вторых, наличие сверхмодели в качестве универсума элементарных моделей препятствует поиску решающей модели. Таким образом, элементарная модель и сверхмодель выступают в данной игре антагонистами. Их текущее квазиравновесие есть модель в широком смысле, а сдвиг равновесия в новое положение связан с получением того самого нового знания, о котором упоминалось во всех ранних определениях понятия «модель».

Наличие в методологической игре решающей элементарной модели есть фактически признание того, что построение сверхмодели объекта исследования не является финальной стадией научного процесса. Бесконечная цепочка рефлектирующего разума по типу: онтологизм \rightarrow гносеологизм \rightarrow методологизм \rightarrow методологизм₂ \rightarrow методологизм₃ и т. д. является «проклятием» первичного расщепления на объект и субъект.

Вернемся теперь на новых позициях к центральному вопросу. Как вообще возможно математическое моделирование? Разобьем его на два подвопроса. В первом коснемся возможности многомодельного взгляда на познавательную ситуацию. Во втором — на экзистенциальные обязательства, то есть на то, что же реально моделируется.

На этапе методологизма допускается множественное представление об объекте исследования. При этом антагонизм различных толкований (элемента, целого) уравновешен наличием сверхмодели. Условно такую методологическую конструкцию назовем «спиралевидной» и будем отличать ее от другой, которую назовем «стреловидной». Примером последней конструкции является цепочка: классическая механика \rightarrow специальная теория относительности \rightarrow общая теория относительности. Сравнивая спиралевидную и стреловидную методологические конструкции, можно обнаружить, что в них принципу соответствия придается различное значение. Для стреловидных конструкций принципу соответствия придается несравненно большее значение, чем это имеет место в спиралевидных конструкциях. Са-

ма по себе эта разница ничего не значила бы, если бы она не была связана с процедурами редукции моделей к экспериментально наблюдаемым феноменам. Именно в этом пункте имеется тот консервативный элемент, который сдерживает развитие спиралевидных методологических конструкций. Если эти трудности возможно преодолеть в отдельных случаях (например, в смысле измерительно-вычислительных систем [6]), то можно построить истинные альтернативы в описании конкретной познавательной ситуации.

Обратимся к экзистенциальным притязаниям отдельных моделей. Ослабление позиций принципа соответствия в спиралевидных конструкциях компенсируется модификацией эмпирических процедур. Это позволяет отдельные модели представлять виртуальными реальностями в большей степени, чем в стреловидных конструкциях. Сочетание ослабленного принципа соответствия с компенсирующей модификацией эксперимента — основа тех онтологических притязаний, которые обычно молчаливо предполагаются при построении моделей. На этом пути онтология объекта исследования расщепляется на множество сосуществующих в рамках сверхмодели альтернатив. Другими словами, расщепленная онтология определяется расщепленным экспериментом и наоборот. Примером расщепленного эксперимента является связка: натурный — вычислительный эксперимент [3, 5, 7, 11–15, 65] (в общем виде, измерительно-вычислительная система [6]).

2. Примеры

Приведем некоторые примеры из монографии автора [2], позволяющие более углубленно проиллюстрировать изложенную выше методологию математического моделирования.

В рамках темы математической биологии рассмотрим две предметные области: моделирование пространственных миграций планктонных организмов мирового океана и морфогенез или формообразование в эмбриологии.

Глава I монографии [2] посвящена моделированию пространственных миграций планктонных организмов. В более узком смысле моделировался эффект так называемых суточных вертикальных миграций планктона.

По классификации, принятой в нашей методологии моделирования, биоценоз планктонных организмов можно отнести к беспорядочно сложным объектам исследования. Это связано с тем, что отдельная особь — планктнер может быть изолирована от биоценоза. С другой стороны, планктнеры в биоценозе взаимодействуют, вступая в пищевые отношения по типу хищник-жертва. Рассматривается механизм взаимодействия, когда хищник преследует свою жертву, а жертва убегает от него. Этот механизм является центральным в предлагаемой модели пространственных миграций планктона. По аналогии между ансамблем организмов и газом атомов, привлекается аппарат кинетических уравнений, выводятся уравнения гидродинамического типа в терминах плотностей биомасс отдельных видов.

Изучаются полуаналитически, а также численно одномерные нелинейные уравнения в частных производных, описывающие взаимодействие пары видов — одного хищника, и одной жертвы с точки зрения механизма преследования-убегания.

С точки зрения методологии модель, как будто бы, находится на онтологической стадии. Ее кажущаяся очевидность была пересмотрена после предложения другой модели, которая исходит из известного в биологии энергетического принципа. Согласно этому принципу, количество живого вещества измеряется в энергетических единицах. В этом случае биоценоз представляется в виде ансамбля взаимодействующих друг с другом отдельных энергетических квантов, которые двигаются в физическом и трофическом (пищевом) пространствах. Построив две разные модели одного и того же объекта исследования, переходим в методологическом плане на стадию гносеологизма.

В главе II строится математическая модель элементов морфогенеза (формообразования) в процессе эмбриогенеза. Морфогенез, безусловно, относится к классу организованно сложных объектов. С точки зрения методологии моделирования он находится на стадии гносеологизма, когда имеется широкий спектр слабо пересекающихся моделей (растущего континуума, конечных автоматов, порождающих грамматик и пр.)

Авторская модель была ориентирована на построение элемента (кирпичика) растущей сложной формы в рамках класса моделей типа растущего континуума. Были построены соответствующие уравнения в частных производных, разработаны разностные схемы и про-

граммы по решению уравнений в частных производных. Осуществлен вычислительный эксперимент.

Глава III посвящена кристаллографической тематике. На примере этой главы более подробно покажем особенности использования предлагаемой методологии математического моделирования.

Первоначально перед автором была сформулирована задача моделирования термической реконструкции поверхности ряда благородных металлов. Данные поверхности широко используются в химической промышленности в качестве катализаторов. Они также нашли применение в легковых автомобилях в качестве конверторов, которые обеспечивают дожигание ряда токсичных газов таких, как CO и NO и ряд других. Термическая реконструкция означает, что при достижении некоторой температуры поверхность металла перестраивается, и ее каталитические свойства могут радикально измениться.

Имеющиеся на тот момент модели термической реконструкции апеллировали к классической кристаллографии, которая базируется на категории симметрии расположения атомов в кристалле. Данный подход оказался не совсем удобным при моделировании с помощью метода молекулярной динамики конечного кристаллического образца, включая его поверхность. В методе молекулярной динамики осуществляется прямое моделирование динамики атомов образца в пространстве и времени с помощью обычных уравнений движения Ньютона. Ключевым моментов данного подхода является выбор потенциала взаимодействия атомов образца. Таким образом, задачу можно сформулировать в следующем виде: построить такой потенциал взаимодействия атомов конечного кристаллического образца, чтобы была обеспечена нужная группа симметрии в расположении атомов. Итак, первоначальная задача моделирования термической реконструкции поверхности ряда металлов, свелась к построению математической модели дальнего порядка конечного кристаллического образца.

В рамках нашей номенклатуры предметом исследования является конечный кристалл как ансамбль атомов, целостность которого обеспечена некоторой функцией потенциальной энергии. Отметим, что обычный бинарный потенциал для решения данной задачи не подходит, поскольку, как установлено в ряде работ, он имеет экспоненциальное количество локальных минимумов, потенциалы которых мало отличны друг от друга. Поиск показал, что наиболее подходящим для

наших целей является потенциал-разложение Борна-Оппенгеймера хорошо известное в теории твердого тела. Данное разложение позволяет представить потенциал в виде суммы многочастичных вкладов, начиная с двухчастичного и заканчивая N -частичным, где N — число атомов в кристаллическом образце. В итоге моделирования была предложена специальная процедура построения потенциала по априорно заданной геометрической конфигурации атомов.

Дальнейшее развитие модели было ориентировано на описание термогеометрической динамики конечного кристаллического образца. Удалось таким образом модифицировать уравнения молекулярной динамики, что искомые фазовые переходы стали описываться в виде траектории в конфигурационном пространстве размерности $3N$ в зависимости от изменения параметра температуры. В качестве конкретных приложений построенной модели приводятся результаты численного расчета термической реконструкции поверхностей платины и вольфрама. Для проведения вычислительного эксперимента был разработан комплекс программ, позволяющий получить конкретные результаты и сравнить их с натурным экспериментом.

В плане методологии исследуемая предметная область находится на гносеологической стадии, то есть на стадии множества конкурирующих друг с другом моделей. Предложенная модель выступает в качестве альтернативы классической модели дальнего порядка, базирующейся на свойствах симметрии.

По теме сплошной среды рассмотрены две математические модели: модель турбулентного движения жидкости и модель общей циркуляции атмосферы.

Объект исследования главы IV — турбулентность. Предлагается математическая модель турбулентного движения жидкости, которая в терминах нашей методологической конструкции является элементарным актом моделирования. Сравнение нашей модели с рядом других приводит к выводу, что турбулентность является беспорядочно сложным объектом исследования и моделирование находится на стадии методологизма. Для характеристики сверхмодели турбулентности вводится принцип корпускулярно-волнового дуализма (по аналогии с квантовой механикой) в интерпретации жидкого дискретного объекта турбулентной жидкости. Турбулентная жидкость представляется в виде ансамбля жидких дискретных объектов. Пункт мно-

жественного «рождения» моделей в турбулентности связан с неоднозначным толкованием жидкого дискретного объекта. Это могут быть жидкие частицы, моли, вихри, глобулы континуума и т. п.

Построение модели турбулентности начинается с анализа уравнений невязкой несжимаемой жидкости с последующей их дискретизацией по пространству. Исследуется полученный потенциал, описывающий взаимодействие пары фиксированных точек жидкости. Обнаруживается особенность ветвящегося типа, которая далее кладется в основу модели взаимодействия реальных жидких частиц. Ансамбль жидких частиц описывается на языке уравнения Больцмана, решение которого в рамках метода Грэда приводит, в конечном счете, к искомым уравнениям гидродинамического типа. Решения модельных уравнений иллюстрируются на численном примере описания движения турбулентной жидкости в трубе.

Глава V посвящена общей циркуляции атмосферы. Строится математическая модель, объединяющая дискретные представления и лагранжевы способ в описании сплошной среды. С методологической точки зрения модель является элементарным актом моделирования и относится к сверхмодели турбулентной жидкости предыдущей главы. Новым является специфика толкования дискретного жидкого объекта как «воздушной массы» — термин, принятый в метеорологии. Искомые уравнения выводятся из обычных законов сохранения и являются обыкновенными дифференциальными уравнениями, описывающими динамику и термодинамику большого, но конечного числа воздушных масс. Был разработан комплекс программ, позволяющий численно изучить динамику и термодинамику многослойной атмосферы. Приводятся некоторые результаты численного решения модельных уравнений.

По теме теория поля упомянем две модели дискретного пространства-времени (на бесконечной и конечной решетках) и квантовой электродинамики в нем.

В главе VI разрабатывается математическая модель дискретного пространства-времени на бесконечной решетке. Строится квантовая электродинамика в дискретном пространстве-времени. С системных позиций дискретное пространство-время представляется в виде определенной целостности, состоящей из отдельных точек-событий (мировых точек). Объект исследования — связка «поле-пространство-

время» — относится к классу организовано сложных. Сверхмодель включает надвременные и надпространственные характеристики мира, в которые входят спектр масс частиц, набор констант взаимодействия и пр. Отметим, что такое толкование сверхмодели включает в качестве своей подмодели непрерывную модель пространства-времени, которая, в конечном счете, также стремится к вычислению инвариантных (от времени и пространства) величин.

Специфика дискретной модели пространства-времени состоит, с одной стороны, в новом толковании точки-события, с другой стороны, дает более полное представление о сверхмодели путем введения понятия «кода поля-пространства-времени» (более обстоятельно на примере конечной дискретной модели пространства-времени в гл. VII). Особенности построения данной модели дискретного пространства-времени состоят, прежде всего, в проведении демаркационной линии между непрерывным и дискретным подходами. Это выражается в отказе от аппроксимационной идеологии и от понятия «фундаментальная длина» как атрибутов непрерывного подхода. Исследования в данной главе показали, что никакой фундаментальной длины в последовательной модели дискретного пространства-времени не появляется. Более того, понятие «фундаментальной длины» является тем понятием, которое характерно для непрерывной модели в описании пространства-времени.

В главе VII продолжается тема, начатая в предыдущей главе. Отличие состоит в том, что строится конечная дискретная модель пространства-времени (используется конечная пространственно-временная решетка). Специфика модели выражается в предельно четкой формулировке кода поля-пространства-времени. Код, наряду со спектром масс, константой взаимодействия (электромагнитного поля), содержит интегральные пространственно-временные характеристики (количество точек-событий конечной решетки). В отличие от непрерывной модели и дискретной модели с бесконечным числом точек-событий данная модель допускает принципиальную вычислимость кода до конца, при этом он является внутренней характеристикой системы «поле-пространство-время», а не привносится извне в виде входных параметров модели.

Сравнение всех трех моделей (непрерывной и двух дискретных на бесконечной и конечной решетках) показывает постепенную эли-

минацию наблюдателя, представленного в виде «in» и «out» векторов в первых двух моделях. В последней — конечной дискретной модели — его отсутствие заменяется кодом. Следуя цепочке моделей: непрерывная → бесконечно-дискретная → конечная дискретная, сталкиваемся с неожиданным обстоятельством. Онтологический статус пространства-времени меняется настолько сильно, что в рамках конечной дискретной модели он просто ликвидируется. Это связано, с одной стороны, с тем, что в конечной модели метрическая бесконечность пространства-времени отсутствует, с другой — с появлением кода. Выражаясь наиболее сжато, относительно кода можно сказать и так: код существует постольку, поскольку не существует пространство-время и, наоборот, несуществование пространства-времени возможно лишь постольку, поскольку возможно существование кода.

Последующие три модели: нормативная модель глобальной истории, модель силы в глобальной политике и психофизическая модель можно отнести к гуманитарной области.

В главе VIII излагается нормативная модель глобальной истории. В сфере истории слишком много различного рода моделей, называемых обычно реконструкциями или версиями истории. Полиморфизм моделей в гуманитарных областях является нормой, а не исключением, как это бывает в естественнонаучных областях. На примере моделирования истории изложенная выше методология, как в части формального определения, так и неформальных аспектов моделирования, проявила себя как наиболее удобный и адекватный инструмент.

Исходная посылка методологии моделирования о потенциальном множестве моделей в любой предметной области позволило максимально дистанцироваться от искушения выбрать неоправданно узкое толкование исторического процесса. В этой связи было сформулирована исходная целость в виде *глобальной политической системы*, которая опять же формально была представлена в виде набора отдельных политических атомов, получивших сокращенное наименование *патомов* (ПАТОМ — Политический АТОМ). В зависимости от того смысла, который вкладывается в понятие *патом*, можно получить те или иные модели исторического процесса. Для еще большего закрепления столь общего взгляда на исторический процесс было введено

понятие *внешнего наблюдателя*, с позиций которого только и возможно моделирование. Именно по этой причине модель названа нормативной. В предлагаемой модели было использовано специальное толкование патомата в виде геополитического атома или сокращенно геопатомата (ГЕОПАТОМ — ГЕОПолитический АТОМ). В модели допускается, что геопатоматы могут вступать в произвольные союзы друг с другом. Определяются *акторы* или основные действующие лица истории и политики. Актором может быть любой патом (геопатом) или союз патомов (геопатомов).

В общем и целом нормативную модель можно рассматривать в качестве формализации гегелевской философии истории, в основу которой, как известно, положено понятие свободы. Несмотря на огромный произвол в выборе толкования элемента глобальной политической системы и, соответственно, актора, мера под названием «свобода» является одинаково важной для любого из его возможных толкований. В модели построен функционал свободы как для отдельного актора, так и для глобальной политической системы. Экстремумы функционала свободы для геополитической системы в целом задают две глобальные метаисторические цели, взаимоисключающие друг друга. Борьба сторонников двух метаисторических целей является тем «мотором», который определяет глобальную историческую динамику. Пока борьба имеет место, историческая динамика — есть, как только данная борьба в том или ином смысле прекратится — история завершится. В этой связи в качестве сверхмодели истории выступает тезис о том, что история может быть завершена в смысле снятия противостояния между сторонниками двух глобальных метаисторических целей. Ответ на вопрос: что означает завершение истории, и в каком смысле составляет суть сверхмодели глобальной истории. Такая постановка вопроса смещает центр тяжести моделирования исторического процесса с изучения отдельных исторических событий к изучению центрального события — события завершения исторического процесса. С точки зрения методологии моделирование в истории находится на стадии методологизма, когда имеется огромное количество конкурирующих друг с другом моделей исторического процесса, пафос противостояния которых нивелируется в контексте сверхмодели возможного завершения исторического процесса.

Предложенная модель исторического процесса полностью меняет статус времени. Роль времени, столь значимая в физике, становится полностью второстепенной в данной модели исторического процесса, поскольку основной интерес сосредоточен на изучении феномена завершения исторического процесса. Данный феномен — некоторое особое состояние глобального сообщества, которое выпадает за пределы исторического времени.

В главе IX рассмотрена модель силы в глобальной политике. Определяется и исчисляется понятие «силы» в политике. Политика с позиций силы — инфраструктура любой политики. Определяется разница между историей и политикой. Элементная база и целостность политики аналогичны элементной базе и целостности модели истории. Сила может, как расти, так и падать, но в целом, как демонстрируют решения соответствующего силового уравнения, имеет место неограниченная эскалация силового противостояния. Именно этот рост силового противостояния и вызывает особую озабоченность у тех, кого беспокоят глобальные проблемы современности. Модель силы в глобальной политике находится на стадии методологизма, так как она естественным образом вкладывается в тематику завершения истории — сверхмодели глобальной истории.

Наконец, в главе X обсуждается психофизическая модель под названием «псифизика». В этой модели изучается вопрос о взаимодействии оператора с устройством. При этом природа оператора и устройства может быть произвольной. В частности, если под оператором понимать субъект (актор) истории или политики, то модель псифизики дополняет две предыдущие главы. Новое, что она добавляет, так это более углубленное толкование стадии методологизма в контексте сверхмодели завершения глобальной истории. Модель псифизики на новых позициях позволяет дать углубленное толкование того, что именуется актором или субъектом в истории и политике. Это толкование связано с формальным определением в модели псифизики таких понятий, как *воля*, *свобода*, *сила* и *власть*. Все эти понятия определяют природу, возможность бытия актора. При этом актор свое бытие связывает с властью над своим собственным устройством.

Сама по себе модель псифизики в наиболее полной форме отражает изложенную выше методологию математического моделирова-

ния. Определяются соответствующие элементы системы — псиатомы, своя целостность — властно-волевая инфраструктура. В модели пройдены все стадии методологизма в цепочке: ... → методологизм → методологизм₂ → ..., определен конфигуратор, выступающий в качестве оператора.

Учитывая приведенные выше краткие содержания к нашим моделям, выделим специально те пункты, которые имеют отношение к их экзистенциальным притязаниям. Под экзистенциальными притязаниями моделей понимается уточнение ответа на вопрос: что же реально моделируется?

В модели пространственных миграций планктонных организмов (гл. I) это выражается в множественном представлении биоценоза: ансамбль отдельных планктнеров, ансамбль отдельных энергетических квантов. Для модели морфогенеза (гл. II) центральным местом является предполагаемый выбор геометрии элементарной растущей ткани (параллелепипед, цилиндр и пр.) Базовое утверждение модели дальнего порядка в кристалле (гл. III) состоит в возможности реконструкции многочастичных сил на базе геометрии кристалла. Модель турбулентности (гл. IV) сводится к двум центральным посылкам: турбулизованная жидкость есть ансамбль дискретных жидких объектов и сам дискретный жидкий объект является одновременно частицей и волной. В модели атмосферы (гл. V) дискретный жидкий объект представляется в виде воздушной массы. Дискретное пространство-время (гл. VI) самодостаточно и не может быть рассмотрено вложенным в континуум (отказ от аппроксимации и фундаментальной длины). Конечное дискретное пространство-время (гл. VII) исчезает — появляется код поля-пространства-времени. Возможность завершения истории (гл. VIII) радикально меняет онтологический статус времени. В отличие от физики, время в истории производно и, более того, можно говорить о точке зрения, согласно которой время полностью отсутствует. Высшее содержание политики с позиции силы (гл. IX) — неограниченное наращивание силы. Рано или поздно максимум силы может быть достигнут. Оператор через власть над своим собственным устройством (гл. X) стремится к тому, чтобы быть.

3. Заключение

Методы математического моделирования и вычислительного эксперимента давно и прочно вошли в обиход не только ученых и специалистов, но и простых сограждан. Для массового потребления реальные плоды этих технологий выражаются, например, в широком использовании поисковых кибернетических машин в сети Internet, для специалистов это привлечение различного рода наукоемких компьютерных сред, систем автоматизации проектных работ, различного рода решателей и многое другое. Продвижение информационной технологии математического моделирования в связке с вычислительным экспериментом будет и далее развиваться укоренным темпом, и сопровождаться взрывным процессом рождения все новых и новых моделей не только в традиционных, естественнонаучных областях знания (физика, химия, биология и пр.), но и в областях, которые принято относить к гуманитарным, общественным дисциплинам (история, политика, социология, экономика и ряд других). Кроме того, следует ожидать дальнейшее развитие ускоренными темпами интерактивного интерфейса и его активное использование в связке «модели предметной области — субъект-модельер».

Список литературы

- [1] Toffler A. The Third Wave. N.Y.: Bantou Books, 1981.
- [2] Плохотников К. Э. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Методология и практика. М.: Едиториал УРСС, 2003.
- [3] Самарский А. А. Проблемы использования вычислительной техники и развитие информатики // Вестн. АН СССР. 1985. № 3. С. 57–69.
- [4] Кацура А. И., Келле В. В., Новик И. Б. Философско-гносеологические аспекты системного моделирования. Препринт ВНИИСИ. М., 1982.
- [5] Моисеев Н. Н. Математика ставит эксперимент. М.: Наука, 1975.
- [6] Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

- [7] Смолян Г. Л., Шошников К. Б. Феномен персональной ЭВМ: философско-методологический аспект // Вопр. философии. 1986. № 6. С. 42–55.
- [8] Райт К. На пути к «глобальной деревне» // В мире науки. 1991. № 5. С. 37–48.
- [9] Носов Н. А. Виртуальная психология. М.: Аграф, 2000.
- [10] Концепция виртуальных миров и научное познание. СПб.: РХГИ, 2000.
- [11] Краснощеков П. С., Петров А. А. Принципы построения моделей. Математическое моделирование. Вып. 1. М.: ФАЗИС: ВЦ РАН, 2000.
- [12] Математическое моделирование исторических процессов: Тез. докладов II Международной конференции. М.: Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, 2007.
- [13] Михайлов А. П. Моделирование системы «власть-общество». М.: Физматлит, 2006.
- [14] Математическое моделирование социальной и экономической динамики. Тр. 2-й Международной конференции, 20–22 июня, 2007 г. М.: Российский университет дружбы народов, 2007.
- [15] Плотинский Ю. М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. Учебное пособие для высших учебных заведений. М.: Издательская корпорация «Логос», 1998.
- [16] Гор Эл. Земля на чаше весов. М.: ППП, 1993.
- [17] Горшков В. Г. Физические и биологические основы устойчивости. М., 1995.
- [18] Данилов-Данильян В. И., Лосев К. С. Экологический вызов и устойчивое развитие. Учебное пособие. М.: Прогресс-Традиция, 2000.
- [19] Лейбин В. М. «Модели мира» и образ человека. М.: Политиздат, 1982.
- [20] Гвишиани Д. М. Наука и глобальные проблемы современности // Вопр. философии. 1981. № 3. С. 97–108.
- [21] Геловани В. А. Человеко-машинная система моделирования процессов глобального развития // Системные исследования. Методологические проблемы. М.: Наука, 1981. С. 155–173.

- [22] Дубовский С. Б. Система моделей глобального развития // Методология системного анализа. М.: ВНИИСИ, 1978. Ч. 1. Вып. 6. С. 82–94.
- [23] Загладин В. В., Фролов И. Т. Глобальные проблемы современности: Научный и социальный аспект. М.: Междунар. отношения, 1981.
- [24] Моисеев Н. Н. Человек, среда, общество. М.: Наука, 1982.
- [25] Новик И. Б. Новый тип модельного познания // Вопр. философии. 1980. № 7. С. 130–142.
- [26] Берталанфи Л. Общая теория систем: критический обзор // Исследования по общей теории систем. М.: ИЛ, 1969. С. 23–82.
- [27] Берталанфи Л. Общая теория систем — обзор проблемы и результатов // Системные исследования. М.: Наука, 1969. С. 30–54.
- [28] Берталанфи Л. История и статус общей теории систем // Системные исследования. М.: Наука, 1973. С. 20–37.
- [29] Раппопорт А. Различные подходы к общей теории систем // Системные исследования. М.: Наука, 1969. С. 55–79.
- [30] Блауберг И. В., Юдин Б. Г. Становление и сущность системного подхода. М.: Наука, 1973.
- [31] Сагатовский В. Н. Системная деятельность и ее философское осмысление // Системные исследования. Методологические проблемы. М.: Наука, 1981. С. 52–68.
- [32] Садовский В. Н. Проблемы общей теории систем как метатеории // Системные исследования. М.: Наука, 1973. С. 127–146.
- [33] Садовский В. Н. Основания общей теории систем. М.: Наука, 1974.
- [34] Тьюхтин В. С. Отражение, системы, кибернетика. М.: Наука, 1972.
- [35] Уемов А. И. Системный подход и общая теория систем. М.: Наука, 1978.
- [36] Юдин Э. Г. Системный подход и принцип деятельности: Методологические проблемы современной науки. М.: Наука, 1978.
- [37] Laszlo E. Introduction to system philosophy: Toward a new paradigm of contemporary thought. N.Y.: Gordon and Breach, 1972.

- [38] Урманцев Ю. А. Симметрия природы и природа симметрии. М.: Мысль, 1974.
- [39] Диалектика познания сложных систем / Под ред. В. С. Тьютина. М.: Мысль, 1988.
- [40] Система. Симметрия. Гармония / Под ред. В. С. Тьютина, Ю. А. Урманцева. М.: Мысль, 1988.
- [41] Урманцев Ю. А. Эволюционика. Пушино, 1988.
- [42] Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем. М.: ВШ, 1998.
- [43] Лекторский В. А. Субъект. Объект. Познание. М.: Наука, 1980.
- [44] Швырев В. С. Научное познание как деятельность. М.: Политиздат, 1984.
- [45] Алексеев И. С. Деятельностная концепция познания и реальность. Избранные труды по методологии физики. М.: РУССО, 1995.
- [46] Веников В. А. Некоторые методологические вопросы моделирования // Вопр. философии. 1964. № 11. С. 73–84.
- [47] Морозов К. Е. Математическое моделирование в научном познании. М.: Мысль, 1969.
- [48] Новик И. Б. О моделировании сложных систем. М.: Мысль, 1965.
- [49] Уемов А. И. Логические основы метода моделирования. М.: Мысль, 1971.
- [50] Штофф В. А. Роль моделей в познании. Л.: Изд-во ЛГУ, 1963.
- [51] Штофф В. А. Моделирование и философия. М.—Л.: Наука, 1966.
- [52] Анохин В. Б. Гносеологические проблемы математического моделирования: Дис. канд. филос. наук. Л., 1983.
- [53] Рузавин Г. И. Математизация научного знания. М.: Мысль, 1984.
- [54] Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем. М.: ВШ, 1998.
- [55] Гумилев Л. Н. Этногенез и биосфера Земли. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989.
- [56] Вартофский М. Модели. Репрезентация и научное понимание. М.: Прогресс, 1988.

- [57] Гайденоко П. П. Прорыв к трансцендентному. Новая онтология XX века. М.: Республика, 1997.
- [58] Кацура А. В. Диалектика и некоторые вопросы математического моделирования // Неформализованные элементы глобального моделирования. Вып. 2. М.: ВНИИСИ, 1981. С. 16–22.
- [59] Лефевр В. А. Конфликтующие структуры. М.: Советское радио, 1973.
- [60] Новик И. Б., Мамедов Н. М., Давтян Н. А. Логика научного познания и метод моделирования / Философско-методологические основания системных исследований. М.: Наука, 1983. С. 156–179.
- [61] Лалин Н. И. Неформализованные элементы системы моделирования // Системные исследования. Методологические проблемы. М.: Наука, 1980. С. 163–179.
- [62] Нашпельбаум Э. Л. Системный анализ как программа научных исследований — структура и ключевые понятия // Системные исследования. Методологические проблемы. М.: Наука, 1980. С. 55–77.
- [63] Бергсон А. Сочинения в 5 т. Т. 5. Введение в метафизику. Спб., 1914.
- [64] Гадамер Х.-Г. Истина и метод. М.: Прогресс, 1988.
- [65] Малинецкий Г. Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в нелинейную динамику. М.: Наука, 1997.