

# Об одной задаче распознавания образов

В.Б. Кудрявцев, Ш. Ушчумлич

В заметке рассматривается случай задачи распознавания образов, когда образ допускает многоярусное расслоение на подобразы.

Приводится схема распознавания, которая может использоваться в этом случае.

1. Целый ряд задач распознавания образов относится к случаю, когда образ допускает иерархическое расслоение на подобразы, и тем самым его описание восстанавливается через описание его частей.

Подобные случаи возникают в экономике, управлении, медицине и т.п. Так, в иерархической системе управления решение подразделения на каждом уровне определяется информацией, сосредоточенной в подразделениях нижестоящего уровня и подчиненных ему.

В заметке рассматривается описанная ситуация и показывается, как можно решать возникающую задачу распознавания.

2. Рассмотрим граф  $G = (A, B, a)$ , где  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ,  $B = \{b_j : j \in I\}$ ,  $b_j \in A \times A$ ,  $a \in A$ .  $A$  и  $B$  суть множества вершин и ребер графа  $G$ , соответственно, а  $a$  — корень  $G$ . Считаем, что  $G$  — связан и не имеет циклов, то есть является деревом с корнем в  $a$ .

Полагаем, что в  $G$  определена ориентация ребер  $(a_i, a_j)$  от  $a_i$  к  $a_j$ , при этом в  $a$  другие ребра только входят. Вершина  $a_i$ ,  $a_i \neq a$ , инцидентна только одному ребру, является концевой.

Будем считать, что каждой вершине  $a_i$  в графе  $G$  приписана функция  $k$ -значной логики  $f_i$ , значения которой считаем состояниями вершин  $a_i$ , а ее аргументами — состояния тех вершин, откуда исходят ребра в вершину  $a_i$ . Класс этих функций для  $G$  обозначим через  $\Phi$ .

При определении значений концевых вершин графа  $G$ , «двигаясь» по направлению ребер, можно индуктивно определить состояния всех вершин графа. Состояние вершины  $a$  считаем состоянием графа  $G$ .

Таким образом, знание графа  $G$  и класса функций  $\Phi$  при задании состояний концевых вершин позволяют определить в нем состояния всех вершин, включая  $a$ , то есть решить задачу распознавания состояния графа  $G$ . На практике в этой схеме имеются определенные пробелы, связанные в общем случае с неполнотой информации как относительно самого графа  $G$ , так и функций из  $\Phi$ . В связи с этим при определении состояния вершины  $a$  возникают следующие ситуации.

**Ситуация А.** Полностью определен граф  $G$ , а класс  $\Phi$  состоит из не всюду определенных функций.

**Ситуация В.** Полностью определен класс функций  $\Phi$ , а граф  $G$  указан не полностью.

**Ситуация С.** Не полностью определены  $G$  и  $\Phi$ .

В каждой из этих ситуаций нас будет интересовать распознавание состояния вершины  $a$  при начальной определенности состояний некоторых вершин графа  $G$ , то есть задачи распознавания А, В и С.

**3. Задача А.** Здесь возможен традиционный подход, состоящий в допущении того, что в заданной вершине  $a_i$  функция  $f_i$  задается своим фрагментом, то есть указанием обучающих блоков наборов значений ее аргументов, на которых функцией принимаются заданные значения. Для каждой функции  $f_i$  должен использоваться, вообще говоря, свой метод  $M_i$  распознавания, учитывающий специфику функции. Она может характеризоваться геометрическими, алгебраическими, логическими и т.п. свойствами.

Таким образом, при определении значений состояний концевых вершин, последовательно с помощью методов  $M_i$  можно вычислить состояние каждой вершины, а в итоге — и состояние вершины  $a$ .

Здесь следует обратить особое внимание на рост ошибки при вычислении состояния очередной вершины, когда осуществляется движение от концов дерева к его корню. В случае превышения заданного порога ошибки процесс вычисления состояния последующих вершин естественным образом приостанавливается, и задача А, тем самым, решена быть не может.

Важно отметить также случай, когда в графе  $G$  выборочно определены состояния вершин, вообще говоря, не только конечных. Здесь возможна ситуация, когда вычисление состояний вершин графа с помощью  $M_i$  может осуществляться не только в направлении «к корню», но и как «в обратном», так и «в горизонтальном» направлениях.

Действительно, знание состояния вершины  $a_i$  позволяет в определенной мере определять значение вершины  $a_j$ , от которой ребро ведет в  $a_i$  («обратный» случай); с другой стороны, знание состояний некоторых вершин одной «звезды» ребер, входящих в одну и ту же вершину, позволяет доопределить с некоторой точностью состояния других вершин ребер этой звезды («горизонтальный» случай).

**Задача В.** Она фактически сводится к задаче А, поскольку недоопределенность графа  $G$  в итоге означает недоопределенность функций из  $\Phi$ . Тем самым определение состояний вершин графа  $G$  может осуществляться по схеме, изложенной в п. 2.

**Задача С.** Здесь мы имеем в силу изложенного в п. 2 и п. 3 усложненную дополнительными ограничениями задачу А.

4. Описанные схемы опробовались в решении конкретных реальных задач оценки правильности принятых решений в иерархических системах управления экономическими структурами различной масштабности и подтвердили возможность управлять ими с помощью экспертных систем.

Эти схемы допускают два основных вида обобщений. Во-первых, можно предполагать, что граф  $G$  может иметь более сложную структуру, а, во-вторых, класс функций  $\Phi$  может быть расширен за счет рассмотрения функций с памятью, то есть функций автоматного вида.

В качестве графа  $G$  достаточно типичным является рассмотрение частичного порядка или предпорядка. Возникающая ситуация с прежним толкованием класса  $\Phi$  фактически сродни задаче А, но с большей значимостью в процессе вычисления состояний вершин графа  $G$  в «обратном» и «горизонтальном» направлениях, которая на практике позволяет несколько «гасить» роль иерархически накапливаемых ошибок.

В случае обобщения класса  $\Phi$  до автоматных функций каждой вершине  $a_i$  приписывается автоматная функция  $\hat{f}_i$ , которая рекуррентно задается соотношениями

$$(*) \quad \begin{cases} q_i(1) = q_i^0 \\ q_i(t+1) = \varphi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t)) \\ y_i(t) = \psi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t)) \end{cases},$$

и интерпретируется так. Переменные  $x_j(t)$  имеют в качестве значений состояния вершин, из которых ребра входят в  $a_i$ . Значение  $y_i(t)$  является значением состояния вершины  $a_i$ . Значение  $q_i(t+1)$  является значением памяти вершины  $a_i$ . Процесс вычислений развивается во времени  $t = 1, 2, \dots$ , при этом начальные значения памяти  $q_i^0$  всех вершин считаются заданными. Далее в эти моменты конечным вершинам все время придаются какие-то значения, которые с помощью (\*) и определяют вычислительный процесс.

Заметим, что коль скоро в какой-то момент определены значения памяти всех вершин, можно считать, что мы возвращаемся к описанной модели, когда вершинам были приписаны функции  $k$ -значной логики.

Новым моментом в автоматном случае является дополнительное вычисление функций  $\varphi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t))$ . Таким образом, в автоматном случае параллельно развиваются два вычислительных процесса: нахождение значений  $\psi_i$  и  $\varphi_i$ . По отношению к каждому из них допустимы описанные выше ситуации А, В и С, а для их комбинации допустимы уже декартовы произведения этих ситуаций, но в итоге сводящиеся к ситуациям без памяти.

**5.** Оба описанных случая логических и автоматных функций допускают обобщения в направлениях рассмотрения всего спектра модификаций функций от детерминированного и всюду определенного до нечетких вариантов.

## Список литературы

- [1] Кудрявцев В.Б. Функциональные системы. М.: МГУ, 1982.
- [2] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.