

# Функции для аппроксимации объемов газа и нефти в области фазовых переходов

Е. В. Колдоба<sup>1</sup>

Рассматриваются фазовые переходы в многокомпонентных растворах нефти. Предложены зависимости для молярных объемов газовой и жидкой фаз, учитывающие особенности поведения растворов — изменения концентраций на фазовых переходах. Функции позволяют с высокой точностью аппроксимировать реальные зависимости, строить аналитические модели с фазовыми переходами в широких диапазонах давлений и температур.

*Ключевые слова:* углеводородные растворы, фазовое равновесие, математическое моделирование, термодинамика.

## 1. Введение

Для проектирования и мониторинга нефтяных месторождений создаются сложные гидродинамические модели, и один из важных этапов — это задание PVT-свойств пластовых многофазных флюидов (термин «флюид» используется как обобщённое название жидких и газовых фаз) [1, 2].

Природные газы и нефть — это многокомпонентные растворы (смеси). В растворах фазовые переходы имеют ряд особенностей: переход начинается при одном давлении и заканчивается при другом, и в его процессе непрерывно меняется компонентный состав фаз. Эти особенности значительно усложняют расчеты фазового равновесия, и аппроксимации молярных объемов могут упростить и даже улучшить результаты. Для моделирования фильтрации с фазовыми переходами существуют модели разной степени точности и сложности. Самые популярные — это модель черной нефти (black-oil) и композиционная модель [3, 4].

В модели черной нефти многокомпонентность сводится к двум псевдокомпонентам: «нефтяной» и «газовый». При расчетах используются измеренные табличные PVT-значения, которые из-за экспериментальных ошибок необходимо численно обрабатывать перед применением. Для этого необходимо знать вид этих зависимостей, например, использовать формулы, предложенные в данной работе.

Композиционная модель содержит значительно большее количество компонент, поэтому точнее описывает фазовые переходы в растворах. В

---

<sup>1</sup>Колдоба Елена Валентиновна — доцент каф. вычислительной механики мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: elenakoldoba@mail.ru.

Koldoba Elena Valentinovna — Associate Professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Computational Mechanics.

ней задаются концентрации компонент и их свойства, и по ним рассчитываются PVT-свойства. Так как в нефти содержится сотни и даже тысячи компонент, то их группируют по свойствам и вместо реальных компонент получают укрупненные псевдокомпоненты (или фракции), количество которых становится значительно меньше. Тем не менее свойства расчетных флюидов иногда существенно отличаются от свойств реальной нефти, поэтому и эта модель содержит большое количество настраиваемых параметров и библиотеку возможных зависимостей, задающих свойства растворов. В ряде случаев расчеты требуют столь значительных вычислительных ресурсов, что результаты теряют смысл для проектирования и мониторинга в режиме реального времени. Аналитические приближения в таких случаях являются единственным возможным вариантом для снижения вычислительных затрат и минимизации ошибок расчета вследствие большого объема обрабатываемой информации.

Аппроксимации объемов также могут быть актуальны для создания прокси-моделей месторождений, которые в силу упрощенного описания, позволяют проводить расчёты значительно быстрее, чем традиционные гидродинамические модели.

## 2. Вычисление молярных объемов на фазовых переходах в композиционной модели

Пусть заданный  $N$ -компонентный раствор с полной молярной концентрацией (долей)  $\{z_i\}$  находится в двухфазном состоянии, разделившись на газ с концентрацией  $\{y_i\}$  и жидкость с концентрацией  $\{x_i\}$ , где  $i$  — номер компоненты,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Для молярных концентраций выполняются следующие условия:

$$\sum_{i=1}^N z_i = 1, \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^N y_i = 1.$$

Для расчетов фазового равновесия используют уравнения состояния, задающие связь температуры  $T$ , давления  $P$ , молярного объема  $V$  и молярных концентраций в фазах. В современных гидродинамических симуляторах для расчета нефтяных и газовых месторождений используются различные уравнения состояния Ван-дер-Ваальсовского типа, одно из самых популярных среди них это уравнение Пенга-Робинсона [5]:

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2 + 2bV - b^2} \quad (1)$$

где  $R$  — газовая постоянная;  $a, b$  — параметры, зависящие от критической температуры  $T_{ci}$ , критического давления  $P_{ci}$ , ацентрического фактора  $\omega_i$

каждого  $i$ -ого компонента и их концентраций. Процедуры расчета  $a, b$  для растворов хорошо известны.

Когда рассчитано фазовое равновесие и вычислены  $\{y_i\}$  и  $\{x_i\}$ , то по уравнению состояния (1) можно вычислить молярные объемы газа  $V_G$  и жидкости  $V_L$ :

$$V_G = V_G(P, T, \{y_i(P, T, \{z_i\})\}),$$

$$V_L = V_L(P, T, \{x_i(P, T, \{z_i\})\}).$$

Обозначим эти объемы как  $W_G$  и  $W_L$ , чтобы подчеркнуть, что эти объемы вычислены для конкретного раствора с концентрацией  $\{z_i\}$ . С учетом того, что в данном случае  $\{y_i\} = \{y_i(P, T, \{z_i\})\}$  и  $\{x_i\} = \{x_i(P, T, \{z_i\})\}$ , имеем следующие соотношения:

$$W_G \equiv V_G(P, T, \{z_i\}), \quad W_L \equiv V_L(P, T, \{z_i\}).$$

### 3. Аппроксимации молярных объемов газовой и жидкой фазы на фазовых переходах

Пусть заданы абсолютная температура  $T = Const$  и полная концентрация раствора  $\{z_i\}$ . В данной работе для аппроксимации функций  $W_G$  и  $W_L$  предложены функции следующего вида:

$$W_G(P, T) = \frac{\beta RT}{P} + b_G, \quad W_L = \frac{\alpha RT}{P + P_*} + b_L, \quad (2)$$

где  $R = 8.314462 \text{дж}/(\text{моль К})$  — универсальная газовая постоянная;  $b_G, \beta$  — параметры аппроксимации для газовой фазы;  $b_L, \alpha, P_*$  — параметры для жидкой фазы.  $T$  — температура в Кельвинах,  $P$  — давление в барах,  $W_G, W_L, b_G, b_L$  — объемы в кубических метрах,  $\alpha, \beta$  — безразмерные величины.

Функции (2), аппроксимирующие объемы газовой и жидкой фаз, выбирались похожими, так чтобы они переходили одна в другую в критической точке раствора, в которой различия между фазами исчезают. Предполагалось, что подобный подход может оказаться интересным для моделирования газовых конденсатов или окологранных флюидов — случаев особенно трудных для моделирования. Однако проведенные исследования показали применимость формул (2) в значительно большем диапазоне давлений и температур.

Для вычисления параметров функций (2) необходимы данные о флюиде, они берутся либо из композиционной модели, либо из экспериментальных измерений. В данной работе аппроксимации молярных объемов проводились для ряда многокомпонентных растворов на основе данных,

полученных по композиционной модели гидродинамического симулятора t-Navigator. Один из примеров приведен ниже.

#### 4. Пример аппроксимации молярных объемов

Рассмотрим углеводородный раствор, состоящий из 6 псевдокомпонент (или 6 фракций), лабораторные данные о котором представлены в таблице 1. Для каждого нефтяного пласта, состав которого известен, всегда

	$z_i$	$T_{ci}, ^\circ K$	$P_{ci}, bar$	$\omega_i$
$C_1 C_2 - N_2$	0.389665	199.83	45.976	0.015
$C_3 - C_4$	0.080687	397.01	39.126	0.171
$C_5 - C_6$	0.059501	483.91	32.981	0.254
$C_7 - C_{13}$	0.241202	615.447	27.055	0.431
$C_{14} - C_{20}$	0.108817	793.728	16.926	0.752
$C_{21+}$	0.120128	919.579	9.171	1.243

Таблица 1.

строятся фазовые диаграммы «давление-температура», чтобы определить какие сложности возникнут при моделировании, какой точности модель необходимо использовать. Важнейшей характеристикой является соотношение температуры пласта  $T$  и критической температуры раствора  $T_{c,mix}$ . Например:

- если  $T \ll T_{c,mix}$ , то можно использовать модель черной нефти;
- если  $T < T_{c,mix}$ , то используется модель летучей нефти;
- если  $T \approx T_{c,mix}$ , то это область окологкритического флюида;
- если  $T > T_{c,mix}$ , то это область ретроградной конденсации (газовые конденсаты).

Далее температура будет в градусах Цельсия, чтобы подчеркнуть важность полученных результатов для реальных месторождений.

Фазовая диаграмма «давление-температура» данной смеси, построенная с помощью симулятора t-Navigator, представлена на Рис. 1. Кривая кипения и кривая конденсации ограничивают двухфазную область  $L + G$  и сходятся в критической точке данного раствора  $C$  ( $P_{c,mix} = 123.04 bar$ ,  $t_{c,mix} = 439.35^\circ C$ ). Выше кривой кипения находится однофазная жидкая область  $L$ , ниже кривой конденсации находится однофазная газовая область  $G$ . При фиксированной температуре фазовый переход начинается при одном давлении  $P_{start}$  и заканчивается при другом  $P_{end}$ , и между ними находится двухфазная область. Так при  $t = 0^\circ C$  (здесь и далее температура в градусах Цельсия) фазовый переход начинается

при  $P = 65 \text{ bar}$  и заканчивается при  $P = 1 \text{ bar}$ . Для разных температур границы области фазовых переходов представлены в таблице 2. Температуры  $0, 430, 500^\circ\text{C}$  выбирались так, чтобы продемонстрировать применимость предлагаемых аппроксимаций для модели черной нефти, для окологрещического флюида и для ретроградной области.

$t^\circ\text{C}$	$0^\circ\text{C}$	$430^\circ\text{C}$	$500^\circ\text{C}$
$P_{start}, \text{bar}$	65	126.8	83.5
$P_{end}, \text{bar}$	1	2.7	13.8

Таблица 2.

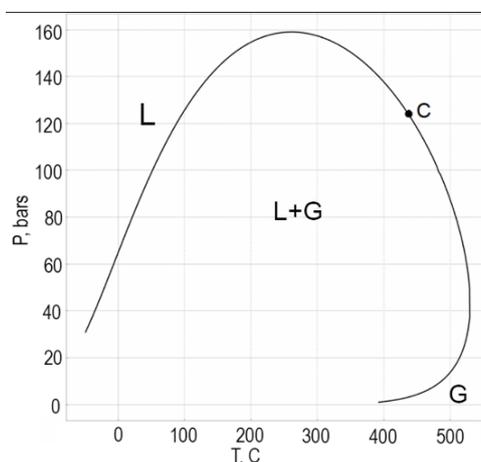


Рис. 1. Фазовая диаграмма «давление-температура» данного раствора.  $C$  — критическая точка раствора.

При каждой температуре для трех давлений рассчитывались молярные объемы по «точной» композиционной модели, затем вычислялись параметры аппроксимаций. Результаты представлены в таблице 3.

Полученные по формулам (2) аппроксимации молярных объемов сравнивались с «точными» значениями. Максимальные относительные погрешности аппроксимации молярных объемов газовой и жидкой фаз при разных температурах представлены в таблице 4.

На рисунках 2, 3, 4 сплошными линиями нанесены «точные» значения молярных объемов  $W_G$  и  $W_L$  (отмечены цифрой 1), а пунктирными линиями — аппроксимирующие их кривые (отмечены цифрой 2). Графики «точных» значений и аппроксимирующие их кривые практически сливаются, что говорит о том, что предлагаемые функции (2) правильно описывают вид зависимости.

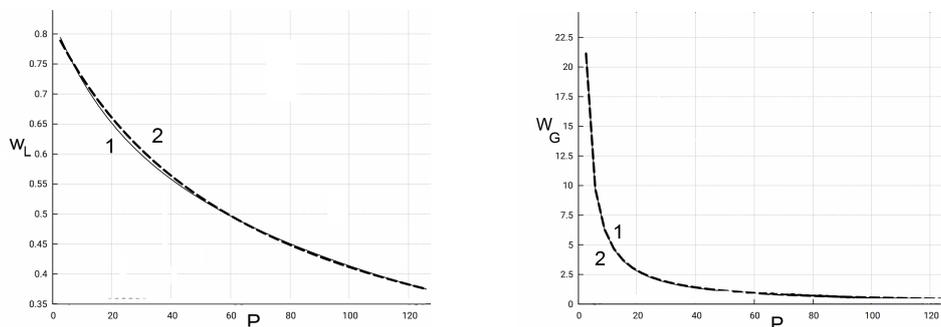


Рис. 2. Зависимость от давления молярных объемов жидкой (а) и газовой (б) фазы при  $t = 430^{\circ}C$

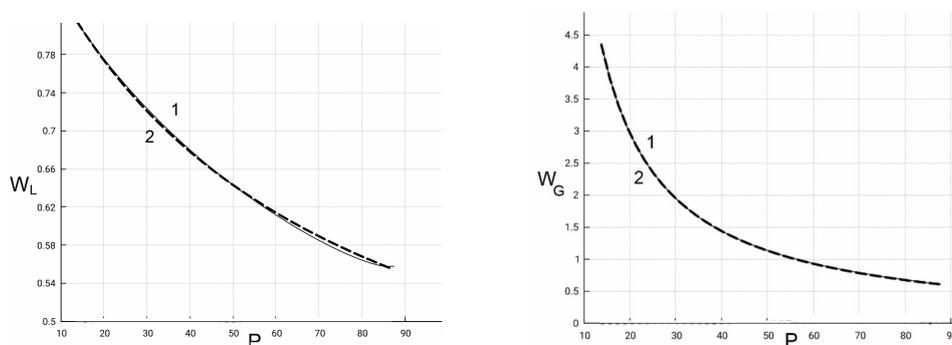


Рис. 3. Зависимость от давления молярных объемов жидкой (а) и газовой (б) фазы при  $t = 500^{\circ}C$

Графики на рисунках 2, 3 демонстрируют, что аппроксимации с высокой точностью передают зависимости объемов для околокритического флюида ( $t = 430^{\circ}C$ ) и в области ретроградных явлений ( $t = 500^{\circ}C$ ) — в областях наиболее сложных для численного моделирования.

Графики на рисунках 4 демонстрируют, что и при температурах, далеких от критической точки раствора, формулы (2) также хорошо передают зависимости молярных объемов: для газовой фазы очень хорошо во всем диапазоне фазового перехода и немного хуже для жидкой фазы в окрестности точки вхождения в двухфазную область.

## 5. Результаты

Предложенные функции молярных объемов фаз с хорошей точностью передают реальные зависимости для фиксированного состава во всей области фазовых переходов.

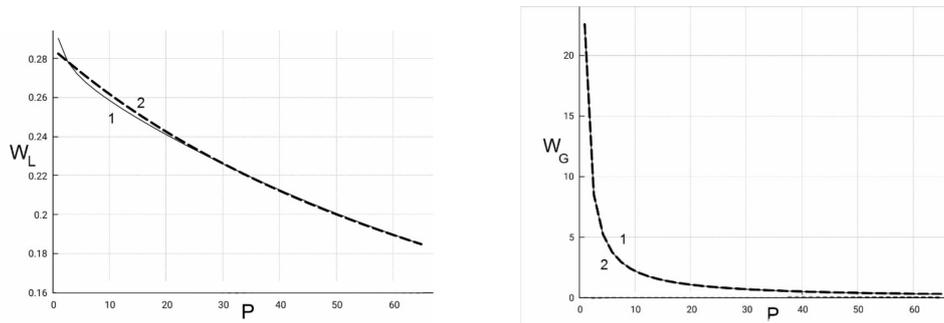


Рис. 4. Зависимость от давления молярных объемов жидкой (а) и газовой (б) фазы при  $t = 0^{\circ}C$

	$b_G$	$\beta$	$b_L$	$\alpha$	$P_*$
$t = 0^{\circ}C$	0.785625	0.975963	-0.045357	0.137398	67.86224
$t = 430^{\circ}C$	0.605515	0.953059	-0.096679	0.291150	60.53591
$t = 500^{\circ}C$	1.100905	0.996608	-0.074652	0.032193	98.89928

Таблица 3.

Результаты представляют интерес для создания упрощенных моделей фильтрации с фазовыми переходами [6], для обработки экспериментальных данных, а также для создания прокси-моделей пластов на месторождениях нефти и газа.

Так как предложенные аналитические выражения передают интегральные характеристики флюидов и не содержат большого количества настраиваемых параметров, то они могут значительно сократить время расчета термодинамической части моделирования.

$t^{\circ}C$	$0^{\circ}C$	$430^{\circ}C$	$500^{\circ}C$
$\Delta(max)_L$	2.78%	1.46%	0.81%
$\Delta(max)_G$	0.51%	3.64%	0.91%

Таблица 4.

## Список литературы

- [1] Whitson C. H, Brulé M. R., *Phase behavior*, SPE, Richardson, Texas, 2000, 240 pp.
- [2] Ющенко Т.С., Брусиловский А.И., “Новый инженерный метод создания и адаптации PVT-модели природной газоконденсатной смеси”, *Научно-технический сборник «ВЕСТИ ГАЗОВОЙ НАУКИ»*, 4:24 (2015), 14–20.
- [3] Mydland S., Whitson C.H., Carlsen M.L., et al., “Black-oil and compositional reservoir simulation of gas-based EOR in tight unconventional”, *URTeC 2765. In: Unconventional Resources Technology Conference*, 2020, 1–30.
- [4] Лобанова О. А., Индрупский И. М., “Особенности реализации алгоритмов композиционного моделирования в современных гидродинамических симуляторах”, *SOCAR Proceedings*, **3** (2023), 120–130.
- [5] Брусиловский А. И., *Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа*, Грааль, Москва, 2002, 575 с.
- [6] Колдоба Е.В., “Эффективный термодинамически согласованный подход для численного моделирования процессов вытеснения нефти”, *Математическое моделирование*, **10** (2009), 7–12.

### Functions for approximating gas and oil volumes in phase transition region

**Koldoba E.V.**

Phase transitions in multicomponent oil solutions are considered. Dependencies for the molar volumes of the gas and liquid phases are proposed. The formulas take into account the behavioral characteristics of solutions, namely, changes in concentration during phase transitions. They enable highly accurate approximation of real dependencies and the construction of analytical models with phase transitions over wide ranges of pressures and temperatures.

*Keywords:* hydrocarbon solutions, phase equilibrium, mathematical modeling, thermodynamics.

## References

- [1] Whitson C. H, Brulé M. R., *Phase behavior*, SPE, Richardson, Texas, 2000, 240 pp.

- [2] Yushchenko T.S., Brusilovskiy A.I., “A new engineering method for creating and adapting a PVT model of a natural gas condensate mixture”, *Scientific and technical collection “NEWS OF GAS SCIENCE”*, 4:24 (2015), 14–20 (In Russian)
- [3] Mydland S., Whitson C.H., Carlsen M.L., et al., “Black-oil and compositional reservoir simulation of gas-based EOR in tight unconventional”, *URTeC 2765. In: Unconventional Resources Technology Conference*, 2020, 1–30
- [4] Lobanova O. A., Indrupskiy I. M., “Features of the implementation of compositional modeling algorithms in modern hydrodynamic simulators”, *SOCAR Proceedings*, **3** (2023), 120–130 (In Russian)
- [5] Brusilovskiy A.I., *Phase transformations in the development of oil and gas fields*, Graal, Moscow, 2002 (In Russian), 575 pp.
- [6] Koldoba E.V., “An efficient thermodynamically consistent approach for numerical modeling of oil displacement processes”, *Matematicheskoe Modelirovanie*, **10** (2009), 7–12 (In Russian)