Об одной задаче распознавания образов

В.Б. Кудрявцев, Ш. Ушчумлич

В заметке рассматривается случай задачи распознавания образов, когда образ допускает многоярусное расслоение на подобразы.

Приводится схема распознавания, которая может использоваться в этом случае.

1. Целый ряд задач распознавания образов относится к случаю, когда образ допускает иерархическое расслоение на подобразы, и тем самым его описание восстанавливается через описание его частей.

Подобные случаи возникают в экономике, управлении, медицине и т.п. Так, в иерархической системе управления решение подразделения на каждом уровне определяется информацией, сосредоточенной в подразделениях нижестоящего уровня и подчиненных ему.

В заметке рассматривается описанная ситуация и показывается, как можно решать возникающую задачу распознавания.

2. Рассмотрим граф $G = (A, B, a)$, где $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$, $B = \{b_j : j \in I\}$, $b_j \in A \times A$, $a \in A$. A и B суть множества вершин и ребер графа G, соответственно, а a — корень G. Считаем, что G — связен и не имеет циклов, то есть является деревом с корнем в a.

Полагаем, что в G определена ориентация ребер (a_i, a_j) от a_i к a_j, при этом в a другие ребра только входят. Вершина a_i, $a_i \neq a$, инцидентная только одному ребру, является концевой.

Будем считать, что каждой вершине a_i в графе G приписана функция k-значной логики f_i, значения которой считаем состояниями вершин a_i, а ее аргументами — состояния тех вершин, откуда исходят ребра в вершину a_i. Класс этих функций для G обозначим через Φ.

При определении значений концевых вершин графа G, «двигаясь» по направлению ребер, можно индуктивно определить состояния всех вершин графа. Состояние вершины a считаем состоянием графа G.

Таким образом, знание графа G и класса функций Φ при задании состояний концевых вершин позволяют определить в нем состояния всех вершин, включая a, то есть решить задачу распознавания состояния графа G. На практике в этой схеме имеются определенные пробелы, связанные в общем случае с неполнотой информации как относительно самого графа G, так и функций из Φ. В связи с этим при определении состояния вершины a возникают следующие ситуации.

Ситуация A. Полностью определен граф G, а класс Φ состоит из не всюду определенных функций.

Ситуация B. Полностью определен класс функций Φ, а граф G указан не полностью.

Ситуация C. Не полностью определены G и Φ.

В каждой из этих ситуаций нас будет интересовать распознавание состояния вершины a при начальной определенности состояний некоторых вершин графа G, то есть задачи распознавания A, B и C.

3. Задача A. Здесь возможен традиционный подход, состоящий в допущении того, что в заданной вершине a_i функция f_i задается своим фрагментом, то есть указанием обучающих блоков наборов значений ее аргументов, на которых функцией принимаются заданные значения. Для каждой функции f_i должен использоваться, вообще говоря, свой метод M_i распознавания, учитывающий специфику функции. Она может характеризоваться геометрическими, алгебраическими, логическими и т.п. свойствами.

Таким образом, при определении значений состояний концевых вершин, последовательно с помощью методов M_i можно вычислить состояние каждой вершины, а в итоге — и состояние вершины a.

Здесь следует обратить особое внимание на рост ошибки при вычислении состояния очередной вершины, когда осуществляется движение от концов дерева к его корню. В случае превышения заданного порога ошибки процесс вычисления состояния последующих вершин естественным образом приостанавливается, и задача A, тем самым, решена быть не может.

Важно отметить также случай, когда в графе G выборочно определены состояния вершин, вообще говоря, не только концевых. Здесь возможна ситуация, когда вычисление состояний вершин графа с помощью M_i может осуществляться не только в направлении «к корню», но и как «в обратном», так и «в горизонтальном» направлениях.

Действительно, знание состояния вершины a_i позволяет в определенной мере определять значение вершины $a_{i'}$, от которой ребро ведет в a_i («обратный» случай); с другой стороны, знание состояний некоторых вершин одной «звезды» ребер, входящих в одну и ту же вершину, позволяет доопределить с некоторой точностью состояния других вершин ребер этой звезды («горизонтальный» случай).

Задача B. Она фактически сводится к задаче A, поскольку недоопределенность графа G в итоге означает недоопределенность функций из Φ. Тем самым определение состояний вершин графа G может осуществляться по схеме, изложенной в п. 2.

Задача C. Здесь мы имеем в силу изложенного в п. 2 и п. 3 усложненную дополнительными ограничениями задачу A.

4. Описанные схемы опробовались в решении конкретных реальных задач оценки правильности принятых решений в иерархических системах управления экономическими структурами различной масштабности и подтвердили возможность управлять ими с помощью экспертных систем.

Эти схемы допускают два основных вида обобщений. Во-первых, можно предполагать, что граф G может иметь более сложную структуру, а, во-вторых, класс функций Φ может быть расширен за счет рассмотрения функций с памятью, то есть функций автоматного вида.

В качестве графа G достаточно типичным является рассмотрение частичного порядка или предпорядка. Возникающая ситуация с прежним толкованием класса Φ фактически сродни задаче A, но с большей значимостью в процессе вычисления состояний вершин графа G в «обратном» и «горизонтальном» направлениях, которая на практике позволяет несколько «гасить» роль иерархически накапливаемых ошибок.

В случае обобщения класса Φ до автоматных функций каждой вершине a_i приписывается автоматная функция $\widehat{f}_i$, которая рекуррентно задается соотношениями

$$(*)\qquad \begin{cases} q_i(1) = q_i^0 \\ q_i(t+1) = \varphi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t)) \\ y_i(t) = \psi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t)) \end{cases},$$

и интерпретируется так. Переменные $x_j(t)$ имеют в качестве значений состояния вершин, из которых ребра входят в a_i. Значение $y_i(t)$ является значением состояния вершины a_i. Значение $q_i(t+1)$ является значением памяти вершины a_i. Процесс вычислений развивается во времени $t = 1, 2, \dots$, при этом начальные значения памяти q_i^0 всех вершин считаются заданными. Далее в эти моменты концевым вершинам все время придаются какие-то значения, которые с помощью $(*)$ и определяют вычислительный процесс.

Заметим, что коль скоро в какой-то момент определены значения памяти всех вершин, можно считать, что мы возвращаемся к описанной модели, когда вершинам были приписаны функции k-значной логики.

Новым моментом в автоматном случае является дополнительное вычисление функций $\varphi_i(q(t), x_1(t), \dots, x_n(t))$. Таким образом, в автоматном случае параллельно развиваются два вычислительных процесса: нахождение значений ψ_i и φ_i. По отношению к каждому из них допустимы описанные выше ситуации A, B и C, а для их комбинации допустимы уже декартовы произведения этих ситуаций, но в итоге сводящиеся к ситуациям без памяти.

5. Оба описанных случая логических и автоматных функций допускают обобщения в направлениях рассмотрения всего спектра модификаций функций от детерминированного и всюду определенного до нечетких вариантов.

Список литературы

[1] Кудрявцев В.Б. Функциональные системы. М.: МГУ, 1982.

[2] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.