

Применимость мер подобия при обработке изображений

Д. Ван дер Векен, М. Нахтегаль, Э.Е. Керре

Объективные меры качества или меры сравнения играют важную роль в области обработки изображений. Они являются средством оценки и сравнения различных алгоритмов, предназначенных для решения схожих проблем, и, следовательно, основой, на которой одному алгоритму отдается предпочтение перед другим. В этой работе мы исследуем возможность применения нечетких мер подобия, изначально предназначенных для сравнения нечетких множеств, при обработке изображений.

1. Введение

Наличие объективных мер качества в области обработки изображений играет важную роль. Такие меры необходимы для оценки и сравнения различных алгоритмов, предназначенных для решения схожих проблем. Например, одно из возможных применений – сравнение различных шумовых фильтров изображений.

Вопрос, рассматриваемый в этой работе – могут ли *меры подобия, введенные для выражения подобия между нечеткими множествами, быть полезны в области обработки изображений?* После некоторых предварительных сведений в разделе 2, мы дадим обширный обзор существующих мер подобия в разделе 3. Применимость этих мер в обработке изображений обсуждается в разделе 4, в конце приводится краткий список «подходящих» кандидатов. Эти оставшиеся меры затем будут разобраны на примерах в разделе 5. Заключение и замечания даны в разделе 6.

2. Предварительные сведения

2.1. Нечеткие множества

Нечеткое множество A на универсальном множестве X задается отображением $\chi_A : X \rightarrow [0, 1]$, которое ставит в соответствие каждому элементу x из X степень $\chi_A(x)$ принадлежности его нечеткому множеству A . В дальнейшем эту степень принадлежности будем обозначать $A(x)$.

В этой работе мы исследуем применимость мер подобия в обработке изображений, поэтому важно отметить, что цифровое изображение можно рассматривать как нечеткое множество на точках сетки изображения (i, j) , где $i, j \in \mathbb{N}$, $0 \leq i \leq M$ и $0 \leq j \leq N$ ($M, N \in \mathbb{N}$). Таким образом, для данного изображения A , $A(i, j)$ есть уровень серого цвета точки (i, j) изображения A .

2.2. Нечеткие логические операторы

Некоторые классы мер подобия основаны на нечетких логических операторах, таких как конъюнкторы, дизъюнкторы, импликаторы.

Конъюнктор – возрастающее отображение $\mathcal{T} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющее граничным условиям $\mathcal{T}(0, 0) = \mathcal{T}(0, 1) = \mathcal{T}(1, 0) = 0$ и $\mathcal{T}(1, 1) = 1$. Если к тому же \mathcal{T} коммутативно, ассоциативно и удовлетворяет условию $(\forall x \in [0, 1]) \mathcal{T}(x, 1) = \mathcal{T}(1, x) = x$, то \mathcal{T} называется t -нормой. Наиболее распространенные t -нормы: T_M , T_P и T_W , где $T_M(x, y) = \min(x, y)$, $T_P(x, y) = x \cdot y$ и $T_W(x, y) = \max(0, x + y - 1)$ для всех $(x, y) \in [0, 1]^2$.

Дизъюнктор – убывающее отображение $\mathcal{S} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющее граничным условиям $\mathcal{S}(1, 0) = \mathcal{S}(0, 1) = \mathcal{S}(1, 1) = 1$ и $\mathcal{S}(0, 0) = 0$. Наиболее распространенные дизъюнкторы: S_M , S_P и S_W , где $S_M(x, y) = \max(x, y)$, $S_P(x, y) = x + y - x \cdot y$ и $S_W(x, y) = \min(1, x + y)$ для всех $(x, y) \in [0, 1]^2$.

Импликатор – это отображение $\mathcal{I} : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, убывающее по первому и возрастающее по второму аргументу, удовлетворяющее граничным условиям $\mathcal{I}(0, 0) = \mathcal{I}(0, 1) = \mathcal{I}(1, 1) = 1$ и $\mathcal{I}(1, 0) = 0$. Наиболее распространенные импликаторы I_{KD} , I_W и

I_R , где $I_{KD}(x, y) = \max(1 - x, y)$, $I_W(x, y) = \min(1, 1 - x + y)$ и $I_R(x, y) = 1 - x + x \cdot y$ для всех $(x, y) \in [0, 1]^2$.

3. Обзор существующих мер подобия

В литературе много мер используются для выражения подобия или равенства между нечеткими множествами. Эти меры обычно называют мерами подобия, мерами сравнения, мерами близости и т.д.

Формально мера подобия определяется как рефлексивное, симметричное и min-транзитивное нечеткое бинарное отношение. Но не каждая мера, рассматриваемая в литературе как мера подобия, удовлетворяет этому определению. Поэтому здесь под мерой подобия будем понимать меру, которую можно использовать для сравнения нечетких множеств или объектов, рассматриваемых как нечеткие множества.

| | |
|------|----------------------------------|
| [1] | S_1, S_{12} |
| [2] | S_3, S_{10} |
| [3] | S_2 |
| [4] | S_{10} |
| [5] | S_2 |
| [6] | S_2, S_4, S_5 |
| [7] | S_6 |
| [8] | S_7 |
| [9] | S_8, S_9 |
| [10] | $S_{10}, S_{13}, S_{14}, S_{15}$ |
| [11] | S_{11}, S_{12} |
| [12] | S_4, S_5, S_{14} |
| [13] | S_1 |

Таблица 1. Ссылки на описание различных мер подобия

3.1. Меры подобия, основанные на расстоянии

Для рассмотрения мер подобия, основанных на расстоянии, ограничимся лишь расстоянием Минковского d_r . Для $x, y \in \mathbb{R}^n$ имеем:

$$d_r(x, y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^r \right)^{1/r} \text{ при } r \in \mathbb{N}_0,$$

$$d_\infty(x, y) = \sup_{i=1}^n |x_i - y_i|.$$

Если обобщить это расстояние на нечеткие множества, то для двух изображений A и B получим

$$d_r(A, B) = \left(\sum_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|^r \right)^{1/r} \text{ при } r \in \mathbb{N}_0,$$

$$d_\infty(A, B) = \max_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|.$$

Чем меньше расстояние между A и B , тем более они подобны. Это наблюдение приводит нас к следующим мерам подобия:

$$S_1(A, B) = 1 - \left(\frac{1}{MN} \sum_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|^r \right)^{1/r} \text{ при } r \in \mathbb{N}_0,$$

$$S_2(A, B) = 1 - \max_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|.$$

3.2. Меры подобия, основанные на мощности

Мощность конечного обычного (четкого) множества есть число элементов в нем. Это понятие можно обобщить на нечеткие множества: сигма-число нечеткого множества A (с конечным носителем) на универсальном множестве X определяется следующим образом:

$$|A| = \sum_{x \in X} A(x).$$

Некоторые меры основаны на сигма-числе:

$$\begin{aligned} S_3(A, B) &= \frac{|A \cap B|}{\max(|A \cap A|, |B \cap B|)}, \\ S_4(A, B) &= \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, \\ S_5(A, B) &= \frac{|co A \cap co B|}{|co A \cup co B|}. \end{aligned}$$

Мера подобия S_3 изначально базируется на так называемой *функции соответствия* [2], но также может быть описана сигма-числами. Явные выражения для этих мер

$$\begin{aligned} S_3(A, B) &= \frac{\sum_{i,j} A(i, j) \cdot B(i, j)}{\max(\sum_{i,j} A(i, j)^2, \sum_{i,j} B(i, j)^2)}, \\ S_4(A, B) &= \frac{\sum_{i,j} \min(A(i, j), B(i, j))}{\sum_{i,j} \max(A(i, j), B(i, j))}, \\ S_5(A, B) &= \frac{\sum_{i,j} \min(1 - A(i, j), 1 - B(i, j))}{\sum_{i,j} \max(1 - A(i, j), 1 - B(i, j))}. \end{aligned}$$

Обратите внимание, что в S_4 и S_5 пересечение двух нечетких множеств задается минимумом, тогда как в S_3 – произведением (в общем, \mathcal{T} -пересечение нечетких множеств A и B на X определяется как $(A \cap_{\mathcal{T}} B)(x) = \mathcal{T}(A(x), B(x))$, для $x \in X$, где \mathcal{T} – конъюнктор). Объединение задается максимумом (в общем \mathcal{S} -объединение определяется как $(A \cup_{\mathcal{S}} B)(x) = \mathcal{S}(A(x), B(x))$, где \mathcal{S} – дизъюнктор), дополнение – $1-$ оператором.

3.3. Меры подобия, основанные на симметрической разности

Разность $A \setminus B$ двух нечетких множеств A и B определяется как

$$A \setminus B = A \cap co B;$$

затем симметрическая разность $A\Delta B$ определяется как

$$A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$

В обычном (четком) случае $A\Delta B = \emptyset$ тогда и только тогда, когда $A = B$. Следовательно, чем меньше симметрическая разность $A\Delta B$, тем больше подобие между A и B . Таким образом, имеем следующие меры подобия, основанные на симметрической разности:

$$\begin{aligned} S_6(A, B) &= 1 - \frac{1}{MN} \cdot \sum_{i,j} \max[\min(A(i, j), 1 - B(i, j)), \\ &\quad \min(1 - A(i, j), B(i, j))], \\ S_7(A, B) &= 1 - \max_{i,j} \max[\min(A(i, j), 1 - B(i, j)), \min(1 - A(i, j), B(i, j))]. \end{aligned}$$

В обоих случаях пересечение задается минимумом, объединение – максимумом, дополнение – оператором $1 -$.

3.4. Меры подобия, основанные на общих выражениях

Рассмотрим следующую меру подобия:

$$S_8(A, B) = \max_{i,j} \mathcal{T}(A(i, j), B(i, j)),$$

где \mathcal{T} – произвольный конъюнктор. Она измеряет максимальную степень перекрывания нечетких множеств A и B . Ограничимся лишь выбором $\mathcal{T} = T_M$, $\mathcal{T} = T_P$ и $\mathcal{T} = T_W$:

$$\begin{aligned} S_{8a}(A, B) &= \max_{i,j} \min(A(i, j), B(i, j)), \\ S_{8b}(A, B) &= \max_{i,j} (A(i, j) \cdot B(i, j)), \\ S_{8c}(A, B) &= \max_{i,j} \max(0, A(i, j) + B(i, j) - 1). \end{aligned}$$

Следующие три меры подобия основаны на общем выражении

$$S_9(A, B) = \min_{i,j} \min(\mathcal{I}(A(i, j), B(i, j)), \mathcal{I}(B(i, j), A(i, j))),$$

где \mathcal{I} – произвольный импликатор. Она измеряет равенство или эквивалентность нечетких множеств A и B . Ограничимся лишь выбором $\mathcal{I} = I_{KD}$, $\mathcal{I} = I_W$ и $\mathcal{I} = I_R$:

$$S_{9a}(A, B) = \min_{i,j} \min(\max(1 - A(i, j), B(i, j)), \max(1 - B(i, j), A(i, j))),$$

$$\begin{aligned} S_{9b}(A, B) = \min_{i,j} \min(\min(1, 1 - A(i, j) + B(i, j)), \\ \min(1, 1 - B(i, j) + A(i, j))), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{9c}(A, B) = \min_{i,j} \min(1 - A(i, j) + A(i, j) \cdot B(i, j), \\ 1 - B(i, j) + B(i, j) \cdot A(i, j)). \end{aligned}$$

Еще одно общее выражение:

$$S_{10}(A, B) = \mathcal{T} \left(\min_{i,j} \mathcal{I}(A(i, j), B(i, j)), \min_{i,j} \mathcal{I}(B(i, j), A(i, j)) \right),$$

где \mathcal{T} – произвольный конъюнктор, \mathcal{I} – произвольный импликатор. Для $\mathcal{T} = T_M$, $\mathcal{T} = T_P$ и $\mathcal{T} = T_W$ в качестве вариантов \mathcal{T} и для $\mathcal{I} = I_{KD}$, $\mathcal{I} = I_W$ и $\mathcal{I} = I_R$ в качестве возможных \mathcal{I} получаем следующие девять мер подобия:

$$\begin{aligned} S_{10a}(A, B) = \min(\min_{i,j} (\max(1 - A(i, j), B(i, j)), \\ \min_{i,j} (\max(1 - B(i, j), A(i, j)))), \end{aligned}$$

$$S_{10b}(A, B) = \min_{i,j}(\min(\min(1, 1 - A(i, j) + B(i, j))), \\ \min_{i,j}(\min(1, 1 - B(i, j) + A(i, j)))),$$

$$S_{10c}(A, B) = \min_{i,j}(\min(1 - A(i, j) + A(i, j) \cdot B(i, j), \\ \min_{i,j}(1 - B(i, j) + B(i, j) \cdot A(i, j))),$$

$$S_{10d}(A, B) = \min_{i,j}(\max(1 - A(i, j), B(i, j))) \cdot \min_{i,j}(\max(1 - B(i, j), A(i, j))),$$

$$S_{10e}(A, B) = \min_{i,j}(\min(1, 1 - A(i, j) + B(i, j))) \cdot \\ \cdot \min_{i,j}(\min(1, 1 - B(i, j) + A(i, j))),$$

$$S_{10f}(A, B) = \min_{i,j}(1 - A(i, j) + A(i, j) \cdot B(i, j)) \cdot \\ \cdot \min_{i,j}(1 - B(i, j) + B(i, j) \cdot A(i, j)),$$

$$S_{10g}(A, B) = \max(0, \min_{i,j}(\max(1 - A(i, j), B(i, j))) + \\ + \min_{i,j}(\max(1 - B(i, j), A(i, j))) - 1),$$

$$S_{10h}(A, B) = \max(0, \min_{i,j}(\min(1, 1 - A(i, j) + B(i, j))) + \\ + \min_{i,j}(\min(1, 1 - B(i, j) + A(i, j))) - 1),$$

$$S_{10i}(A, B) = \max(0, \min_{i,j}(1 - A(i, j) + A(i, j) \cdot B(i, j)) + \\ + \min_{i,j}(1 - B(i, j) + B(i, j) \cdot A(i, j)) - 1).$$

Наконец, рассмотрим следующее общее выражение

$$S_{11}(A, B) = \frac{\max_{i,j} \mathcal{T}(A(i, j), B(i, j))}{\max_{i,j} \mathcal{S}(A(i, j), B(i, j))},$$

где \mathcal{T} – произвольный конъюнктор, \mathcal{S} – произвольный дизъюнктор. Эта мера выражает отношение наибольшего перекрывания к наибольшему объединению нечетких множеств A и B . Для $\mathcal{T} = T_M$, $\mathcal{T} = T_P$ и $\mathcal{T} = T_W$ в качестве возможных \mathcal{T} и для $\mathcal{S} = S_M$, $\mathcal{S} = S_P$ и $\mathcal{S} = S_W$ в качестве возможных \mathcal{S} получаем следующие девять мер подобия:

$$\begin{aligned} S_{11a}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} \min(A(i, j), B(i, j))}{\max_{i,j} \max(A(i, j), B(i, j))}, \\ S_{11b}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} \min(A(i, j), B(i, j))}{\max_{i,j} [A(i, j) + B(i, j) - A(i, j) \cdot B(i, j)]}, \\ S_{11c}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} \min(A(i, j), B(i, j))}{\max_{i,j} \min(1, A(i, j) + B(i, j))}, \\ S_{11d}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} (A(i, j) \cdot B(i, j))}{\max_{i,j} \max(A(i, j), B(i, j))}, \\ S_{11e}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} (A(i, j) \cdot B(i, j))}{\max_{i,j} [A(i, j) + B(i, j) - A(i, j) \cdot B(i, j)]}, \\ S_{11f}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} (A(i, j) \cdot B(i, j))}{\max_{i,j} \min(1, A(i, j) + B(i, j))}, \\ S_{11g}(A, B) &= \frac{\max_{i,j} \max(0, A(i, j) + B(i, j) - 1)}{\max_{i,j} \max(A(i, j), B(i, j))}, \end{aligned}$$

$$S_{11h}(A, B) = \frac{\max_{i,j} \max(0, A(i, j) + B(i, j) - 1)}{\max_{i,j} [A(i, j) + B(i, j) - A(i, j) \cdot B(i, j)]},$$

$$S_{11i}(A, B) = \frac{\max_{i,j} \max(0, A(i, j) + B(i, j) - 1)}{\max_{i,j} \min(1, A(i, j) + B(i, j))}.$$

3.5. Некоторые другие меры подобия

Следующие три меры подобия не могут быть включены ни в одну из предыдущих категорий:

$$S_{12}(A, B) = 1 - \frac{\sum_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|}{\sum_{i,j} (A(i, j) + B(i, j))},$$

$$S_{13}(A, B) = \frac{1}{MN} \cdot \sum_{i,j} \left[\frac{\min(A(i, j), B(i, j))}{\max(A(i, j), B(i, j))} \right],$$

$$S_{14}(A, B) = 1 - \frac{1}{MN \cdot 2 \ln 2} \cdot \sum_{i,j} \left[(A(i, j) - B(i, j)) \cdot \ln \left(\frac{1 + A(i, j)}{1 + B(i, j)} \right) + (B(i, j) - A(i, j)) \cdot \ln \left(\frac{2 - A(i, j)}{2 - B(i, j)} \right) \right].$$

3.6. Замечания

Можно заметить, что некоторые из приведенных мер подобия эквивалентны. Легко проверить, что:

$$\begin{aligned} S_7 &= S_{9a} = S_{10a} \\ S_{9b} &= S_{10b} \\ S_{9c} &= S_{10c} \\ S_{8c} &= S_{11i} \end{aligned}$$

Далее, также ясно, что существует связь между S_8 и S_{11} : выражение для S_8 появляется в числителе S_{11} . Если знаменатель в S_{11} равен 1, то получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} S_{8a} &= S_{11a} = S_{11b} = S_{11c} \\ S_{8b} &= S_{11d} = S_{11e} = S_{11f} \\ S_{8c} &= S_{11g} = S_{11h} = S_{11i} \end{aligned}$$

Равенство $S_{8c} = S_{11i}$, как отмечалось выше, верно всегда, независимо от знаменателя S_{11i} (в самом деле, если знаменатель отличен от 1, то для всех (i, j) сумма $A(i, j) + B(i, j)$ меньше 1. Следовательно, $S_{8c}(A, B)$ и числитель в $S_{11i}(A, B)$ равны 0).

4. Применимость мер подобия в обработке изображений

В этом разделе мы исследуем возможность применения мер подобия из раздела 3 для оценки качества изображений. Для этого мы проверим введенные меры на выполнение некоторых естественных свойств. Обратите внимание, что на практике, в зависимости от приложений или типа изображений, которые мы хотим сравнивать, некоторые свойства могут оказаться менее актуальными, и тогда необходимо исследовать совершенно другие свойства. Поэтому следующий список не является исчерпывающим.

4.1. Рефлексивность

Естественно ожидать, что для двух одинаковых изображений мера подобия равна 1. Оказывается, что $S_6, S_7, S_{9c}, S_{10d}, S_{10f}, S_{10g}$ и S_{10i} не рефлексивны. Меры $S_{8a}, S_{8b}, S_{8c}, S_{11b}, S_{11c}, S_{11e}, S_{11f}$ и S_{11h} вообще говоря не рефлексивны, но являются таковыми, если изображения нормализованы, то есть $(\exists(i, j))(A(i, j) = 1)$. Поэтому мы не будем исключать их из рассмотрения.

4.2. Симметричность

Интуитивно понятно, что значение меры подобия должно быть одинаково, независимо от порядка, в котором рассматриваются изображения. Легко проверить, что все наши меры симметричны, поэтому на основе этого критерия нельзя исключить ни одну из них.

Для полноты картины надо заметить, что иногда можно использовать и несимметричные меры, полагая, что вся последовательность изображений сравнивается с некоторым фиксированным изображением, которое является первым (или вторым) аргументом меры. Это подразумевает, что мы различаем изображения на основе их роли.

4.3. Реакция на шум

Также очень интересно исследовать, как меры подобия реагируют на шум (например, «salt & pepper» или гауссовский (gaussian) шум). Хорошая мера подобия не должна слишком зависеть от шумов (так как шумное изображение порождено, а, следовательно, и подобно исходному изображению), должна убывать при увеличении шума (большее значение меры подобия для более шумного изображения не соответствует нашим интуитивным представлениям). Рассмотрев меры подобия из раздела 3, можно убедиться, что меры S_1 , S_3 , S_4 , S_5 , S_6 , S_{12} , S_{13} и S_{14} обладают этим свойством.

4.4. Реакция на освещение и затемнение

Если равномерно осветить или затемнить изображение, мера подобия должна принимать довольно большое значение (в самом деле, рассматриваются почти одинаковые изображения). Также естественно ожидать, что мера подобия убывает при увеличении освещения или затемнения. При ближайшем рассмотрении получаем, что меры S_1 , S_2 , S_3 , S_4 , S_5 , S_6 , S_7 , S_{8a} , S_{9b} , S_{9c} , S_{10e} , S_{10f} , S_{11a} , S_{11b} , S_{11c} , S_{11d} , S_{12} , S_{13} и S_{14} удовлетворяют этому требованию.

4.5. Работа с черно-белыми (бинарными) изображениями

Хотя меры подобия применяются для сравнения изображений из оттенков серого, они также дают хорошие результаты для черно-белых изображений. В частности, естественно ожидать, что мера подобия принимает значения между 0 и 1, а не только 0 или 1. После

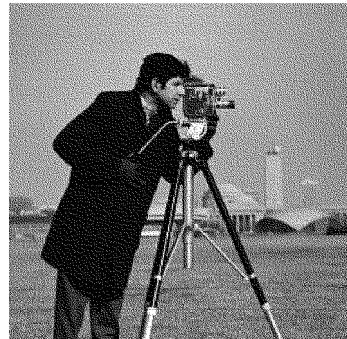


Рис. 1. Исходное изображение «человек с камерой».

проверки убеждаемся, что меры S_1 , S_3 , S_4 , S_5 , S_6 , S_{12} , S_{13} и S_{14} удовлетворяют этому условию.

4.6. Вывод

Следующие 7 мер подобия удовлетворяют всем вышеперечисленным условиям, поэтому их можно использовать для сравнения изображений:

$$S_1, S_3, S_4, S_5, S_{12}, S_{13}, S_{14}.$$

В следующем разделе мы рассмотрим эти меры на примерах.

5. Примеры

Мы продемонстрируем, как меры реагируют на увеличение шумов, освещение и затемнение. Также будет рассмотрена классическая мера сравнения изображений, среднеквадратичная ошибка (mean square error, MSE). Для двух изображений A и B , MSE определяется как

$$MSE(A, B) = \frac{1}{MN} \sum_{i,j} |A(i, j) - B(i, j)|^2.$$



Рис. 2. «Человек с камерой» с шумом «salt & pepper». Слева: 1%, справа 5%.



Рис. 3. «Человек с камерой» с аддитивным гауссовским шумом. Слева: $\sigma = 25.5$; справа: $\sigma = 55.8$.

5.1. Реакция на шум

Мы добавили два различных типа шума к изображению «человек с камерой». Сначала – шум «salt & pepper» двух уровней (0.01 и 0.05), затем – два различных уровня аддитивного гауссова шума ($\sigma = 25.5$ и $\sigma = 55.8$). Исходное изображение – рис. 1, зашумленные – рис. 2 и 3. Результаты приведены в табл. 2 и 3. Видно, что эти значения относительно высоки и немножко убывают при увеличении уровня шума.

| | 1% | 5% |
|----------------|---------|---------|
| $S_1(A, B)$ | 0.94508 | 0.87654 |
| $S_3(A, B)$ | 0.99064 | 0.95347 |
| $S_4(A, B)$ | 0.98980 | 0.94849 |
| $S_5(A, B)$ | 0.99110 | 0.95478 |
| $S_{12}(A, B)$ | 0.99488 | 0.97356 |
| $S_{13}(A, B)$ | 0.99280 | 0.96236 |
| $S_{14}(A, B)$ | 0.99699 | 0.98480 |
| $MSE(A, B)$ | 193.02 | 981.73 |

Таблица 2. Значения мер подобия, вычисленные на (A = исходное изображение, B = 1% «salt & pepper») и (A = исходное изображение, B = 5% «salt & pepper»).

| | $\sigma = 25.5$ | $\sigma = 55.8$ |
|----------------|-----------------|-----------------|
| $S_1(A, B)$ | 0.89129 | 0.77428 |
| $S_3(A, B)$ | 0.95929 | 0.85222 |
| $S_4(A, B)$ | 0.84265 | 0.69069 |
| $S_5(A, B)$ | 0.86027 | 0.71892 |
| $S_{12}(A, B)$ | 0.91461 | 0.81705 |
| $S_{13}(A, B)$ | 0.74996 | 0.60612 |
| $S_{14}(A, B)$ | 0.98834 | 0.9463 |
| $MSE(A, B)$ | 755.65 | 3262.32 |

Таблица 3. Значения мер подобия, вычисленные на (A = исходное изображение, B = гауссовский шум ($\sigma = 25.5$)) и (A = исходное изображение, B = гауссовский шум ($\sigma = 55.8$)).

5.2. Реакция на освещение и затемнение

Изображение «человек с камерой» было освещено и затемнено по два раза. Освещенное изображение – рис. 4, затемненное – рис. 5. Результаты приведены в табл. 4 и табл. 5. Снова, как и ожидалось, степени подобия относительно высоки и убывают при увеличении освещения или затемнения.

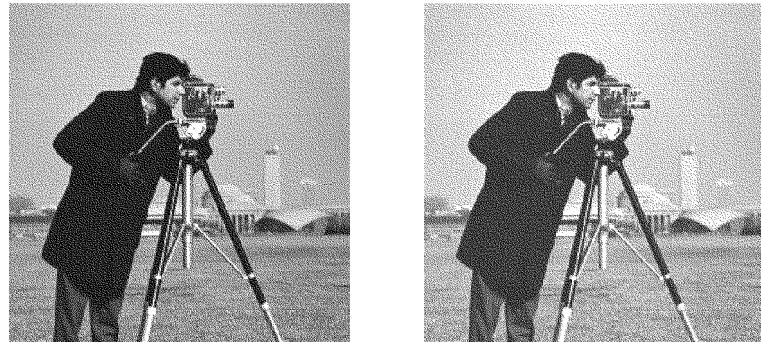


Рис. 4. Освещенный «Человек с камерой». Слева: +0.1, справа +0.2.



Рис. 5. Затемненный «Человек с камерой». Слева: -0.1, справа -0.2.

6. Заключение и замечания

В этой работе мы исследовали некоторые нечеткие меры подобия в рамках задачи обработки изображений. Для каждой из этих мер мы проверили, обладает ли она всеми свойствами из неполного списка естественных свойств. В результате был получен список из 7 мер подобия, которые можно считать применимыми в области обработки изображений. Поведение этих мер было проиллюстрировано на примерах. Тем не менее, необходимы дальнейшие исследования, чтобы получить более полную характеристику рассмотренных мер. Сейчас также исследуются такие интересные темы, как меры,

| | +0.1 | +0.2 |
|----------------|---------|---------|
| $S_1(A, B)$ | 0.90207 | 0.80450 |
| $S_3(A, B)$ | 0.85391 | 0.74032 |
| $S_4(A, B)$ | 0.82627 | 0.70453 |
| $S_5(A, B)$ | 0.81683 | 0.63463 |
| $S_{12}(A, B)$ | 0.90487 | 0.82666 |
| $S_{13}(A, B)$ | 0.74136 | 0.62594 |
| $S_{14}(A, B)$ | 0.99051 | 0.96211 |
| $MSE(A, B)$ | 613.90 | 2446.40 |

Таблица 4. Значения мер подобия, вычисленные на ($A =$ исходное изображение, $B =$ освещенное +0.1) и ($A =$ исходное изображение, $B =$ освещенное +0.2).

| | -0.1 | -0.2 |
|----------------|---------|---------|
| $S_1(A, B)$ | 0.90902 | 0.82431 |
| $S_3(A, B)$ | 0.83652 | 0.67588 |
| $S_4(A, B)$ | 0.80908 | 0.64371 |
| $S_5(A, B)$ | 0.85739 | 0.76313 |
| $S_{12}(A, B)$ | 0.89447 | 0.78324 |
| $S_{13}(A, B)$ | 0.64231 | 0.49543 |
| $S_{14}(A, B)$ | 0.99190 | 0.96995 |
| $MSE(A, B)$ | 528.51 | 1969.02 |

Таблица 5. Значения мер подобия, вычисленные на ($A =$ исходное изображение, $B =$ затемненное -0.1) и ($A =$ исходное изображение, $B =$ затемненное -0.2).

основанные на соседстве (neighborhood-based measures), вместо мер, основанных на пикселях (pixel-based measures) и меры для сравнения изображений разных размеров.

Список литературы

- [1] Chen S.M. Measures of similarity between vague sets // Fuzzy Sets and Systems. 74 (1995). P. 217–223.

- [2] Chen S.M., Yeh M.S., Hsiao P.Y. A comparison of similarity measures of fuzzy values // *Fuzzy Sets and Systems*. 72 (1995). P. 79–89.
- [3] Hong D.H., Hwang S.Y. A note on the value similarity of fuzzy systems variables // *Fuzzy Sets and Systems*. 66 (1994). P. 383–386.
- [4] Hyung L.K., Song Y.S., Lee K.M. Similarity measure between fuzzy sets and between elements // *Fuzzy Sets and Systems*. 62 (1994). P. 291–293.
- [5] Pappis C.P. Value approximation of fuzzy system variables // *Fuzzy Sets and Systems*. 39 (1991). P. 111–115.
- [6] Pappis C.P., Karacipilidis N.I. A comparative assessment of measures of similarity of fuzzy values // *Fuzzy Sets and Systems*. 56 (1993). P. 171–174.
- [7] Bhandari D., Pal N.R. Some new information measure of fuzzy sets // *Inf. Sci.* 67 (1993). P. 209–228.
- [8] Fan J., Xie W. Some notes on similarity measure and proximity measure // *Fuzzy Sets and Systems*. 101 (1999). P. 403–412.
- [9] Dubois D., Prade H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*. New York: Academic Press, 1980.
- [10] Tsiporkova E., Zimmerman H.J. Aggregation of compatibility and equality: a new class of similarity measures for fuzzy sets // *Proceedings of IPMU'1998*. 1998. P. 1769–1776.
- [11] Wang W.J. New similarity measure on fuzzy sets and on elements // *Fuzzy sets and Systems*. 85 (1997). P. 305–309.
- [12] Wang X., De Baets B., Kerre E.E. A comparative study of similarity measures // *Fuzzy Sets and Systems*. 73 (1995). P. 259–268.
- [13] Xuecheng L. Entropy, distance measure and similarity measure of fuzzy sets and their relations // *Fuzzy Sets and Systems*. 52 (1992). P. 305–318.