

- [36] Zadeh L.A. Fuzzy logic and the calculi of fuzzy rules and fuzzy graphs // Multiple Valued Logic. 1. 1996. P. 1-38.
- [37] Zadeh L.A. Fuzzy logic = computing with words // IEEE, Trans. and Fuzzy Systems. 4. 1996. P. 103-111.
- [38] Zimmerman H.J. Fuzzy Set Theory and Its Applications. 3rd ed. Amsterdam: Kluwer-Nijhoff, 1996.

## Ассоциативные нейронные сети. Эмпирическое моделирование сложных процессов

А. Иппа, М. Перуш

Обсуждается вопрос использования ассоциативных нейронных сетей для эмпирического моделирования и предсказания поведения сложных систем на основе общей синергетической модели Хакена и принципа максимума информационной энтропии. Кратко описан предложенный Хакеном подход к распознаванию образов с использованием этой модели. Показано, как на основе заданных ограничений на компоненты вектора состояния может быть сформирован ассоциатор общего вида, позволяющий восстанавливать неполные или поврежденные данные, удовлетворяющие системе наложенных ограничений.

В качестве примера рассматривается задача построения ассоциатора при заданных ограничениях на вторые моменты вектора состояния (линейного ассоциатора) с использованием сингулярного разложения матрицы данных. Приведены примеры использования линейного ассоциатора для диагностики сложной системы (компрессора в рабочем режиме) и предсказания временного ряда (среднемесячных показателей числа солнечных пятен).

Искусственная нейронная сеть может рассматриваться в общем случае как модель сложной системы, которая состоит из множества базисных элементов (формальных нейронов) и множества связей (обычно называемых синаптическими) между ними. Причем как сами нейроны, так и связи между ними обычно считаются одинаковыми во всей сети.

Одна из главных возможностей применения нейронных сетей состоит в использовании их в качестве средства обработки эмпирических данных с целью классификации, распознавания или предсказания физических, экономических и других явлений или процессов. Это осуществляется с помощью обучения на основе имеющихся в распоряжении экспериментальных данных. При таком подходе параметрам явлений или процессов ставятся в соответствие компоненты вектора состояния нейронов. Состояния нейронов несут информацию о различных физических, химических, экономических, технических величинах, а совокупность связей играет роль хранителя информации. Таким образом, моделирование исследуемого явления с помощью искусственных нейронных сетей осуществляется как бы извне.

Синергетическая модель нейронной сети, предложенная Хакеном, является наиболее общей и может рассматриваться как исходная для других известных моделей.

Пусть состояние системы описывается вектором – набором параметров

$$\mathbf{q} = [q_1, \dots, q_N]. \quad (1)$$

При моделировании каждому из этих параметров ставится в соответствие состояние нейрона  $q_i$ , которое может принимать в общем случае бесконечный набор непрерывных значений. В самом общем виде основное уравнение, описывающее динамику нейронных состояний в дискретной форме имеет вид:

$$q_i' = \varphi(\mathbf{q}, \lambda), \quad \text{для всех } i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где штрих обозначает сдвиг по времени;  $\varphi()$  – функция, зависящая как от вектора состояний нейронов в некоторый дискретный отсчет времени, так и от набора значений  $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots\}$ , параметризующих функцию и характеризующих текущее состояние синаптических связей. Можно сказать, что состояние нейрона  $q_i$  в некоторый момент времени зависит от состояний всех нейронов сети (в том числе и своего состояния) в предыдущий момент времени, а также от состояния синаптических связей, характеризуемых набором параметров  $\lambda$ .

Выбор различных видов функции  $\varphi()$  определяет тип рассматриваемой нейронной сети. В частности, для сети Хопфильда:

$$q_i' = \text{sign}\left(\sum_{j=1, N} (w_{ij}q_j - b_j)\right), \quad \text{для всех } i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где  $w_{ij}$  – весовые коэффициенты, характеризующие силу синаптических связей между нейронами, а  $b_j$  – так называемый порог срабатывания нейрона.

Фундаментальной особенностью ассоциативной нейронной сети является ассоциативное действие, заключающееся в сходимости вектора нейронных состояний в ходе рекуррентного процесса к одному из устойчивых состояний, что широко используется в задачах распознавания образов. Общая схема такого подхода следующая. Пусть необходимо научить сеть распознавать набор различных образов (изображений, сигналов и т.п.), закодированных векторами  $\{\mathbf{v}_k\}_{k=1, M}$ . Для того, чтобы образы могли быть распознаны в процессе динамической рекуррентной процедуры соответствующие векторы должны являться притягивающими точками (аттракторами), что достигается за счет специальной процедуры задания набора величин  $\lambda$ , параметризующих функцию  $\varphi()$  на основе известных  $\mathbf{v}_k$  (векторов образов). Так, для сети Хопфильда один из вариантов формирования элементов  $w_{ij}$ , составляющих матрицу синаптических связей  $\mathbf{W}$  имеет вид:

$$w_{ij} = 1/M \sum_{k=1, M} (v_{ik}v_{jk}^T). \quad (4)$$

Распознавание заключается в том, что в процессе динамической рекуррентной процедуры некоторый начальный вектор  $\mathbf{q}^0$  сходится к ближайшему из векторов образов  $\mathbf{v}_k$  (рис. 1), который соответствует локальному минимуму функции энергии  $E(\mathbf{q})$  состояний нейронной сети<sup>1</sup>. На практике в качестве входного вектора  $\mathbf{q}^0$  используются зашумленные или неполные векторы образов.

<sup>1</sup>Для сети Хопфильда, например, функция энергии имеет вид:  $E(\mathbf{q}) = -1/2 \sum_{i=1, N} \sum_{j=1, N, i \neq j} w_{ij}q_iq_j - \sum_{i=1, N} b_iq_i$ .

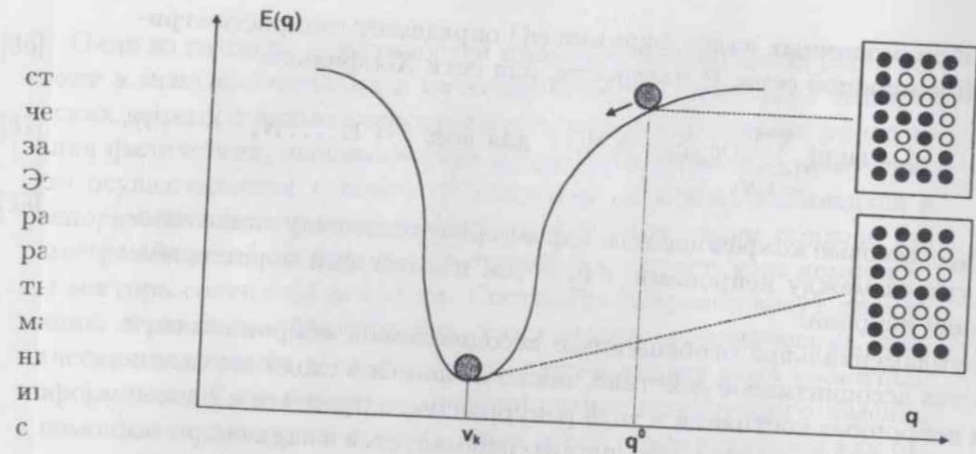


Рис. 1. Распознавание «поврежденного» вектора образа ассоциативной нейронной сетью.

Общий подход к построению функции  $\varphi()$ , определяющей динамику ассоциативной процедуры при известных векторах образов предложен Хакеном на основе принципа максимума информационной энтропии (ПМЭИ) в [1]. Исходной точкой является выбор *адекватных ограничений* на компоненты вектора нейронных состояний  $q$ . В качестве ограничений могут быть выбраны, например, разные моменты компонент, которые могут быть оценены на основе известных векторов образов:

$$f_i = \langle q_i \rangle \approx \langle v_i \rangle \quad (5a)$$

$$f_{ij} = \langle q_i q_j \rangle \approx \langle v_i v_j \rangle \quad (5b)$$

$$f_{ijm} = \langle q_i q_j q_m \rangle \approx \langle v_i v_j v_m \rangle \quad (5c)$$

$$f_{ijml} = \langle q_i q_j q_m q_l \rangle \approx \langle v_i v_j v_m v_l \rangle \quad (5d)$$

...

где  $\langle \dots \rangle$  обозначает усреднение по всему возможному набору значений.

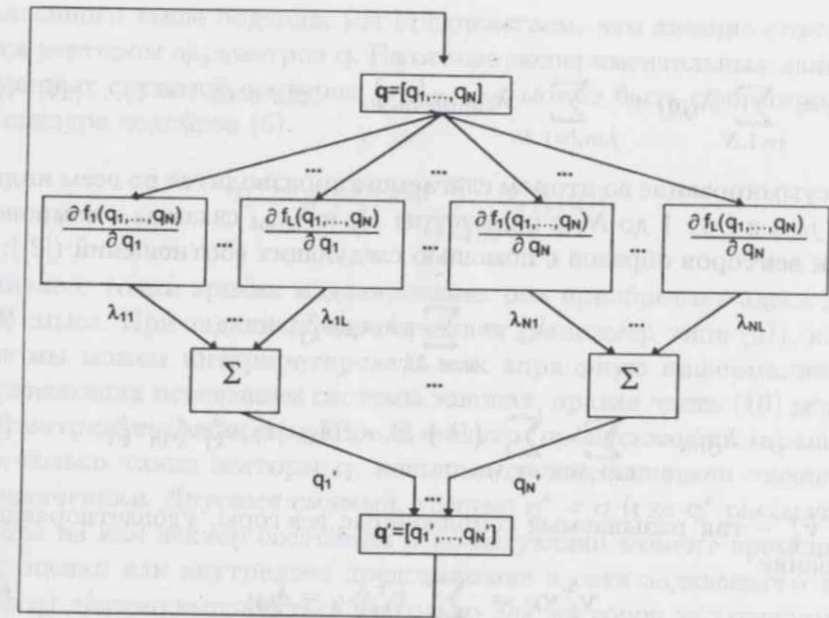


Рис. 2. Общая структура синергетической нейронной сети.

При этом уравнение, определяющее динамику сети в самом общем виде выглядит следующим образом:

$$\dot{q}' = \text{grad}_q \left( \lambda + \sum_{r=1, L} \lambda_r f_r(q) \right), \quad (6)$$

где  $\lambda$  и  $\lambda_r$  – параметры, определенным образом связанные с компонентами векторов образов,  $L$  – общее число заданных ограничений, а  $f_r(q)$  – функции компонент вектора состояния, соответствующие накладываемым ограничениям (рис. 2). Если, например, задано ограничение в виде  $f_{ij} = \langle q_i q_j \rangle$ , то соответствующая функция:  $f_{ij} = q_i q_j$ .

В частности, один из вариантов такой схемы, предполагающий использование 2-х и 4-х моментов, приводит к заданию динамического уравнения в виде:

$$q_i' = \sum_{j=1, N} \lambda_{ij} q_j + \sum_{j, m, l=1, N} \lambda_{ijml} q_j q_m q_l, \quad \text{для всех } i = 1, \dots, N, \quad (7)$$

где суммирование во втором слагаемом производится по всем индексам  $j, m$  и  $l$  от 1 до  $N$ , а параметры  $\lambda_{ij}$  и  $\lambda_{ijml}$  связаны с компонентами векторов образов с помощью следующих соотношений ([2]):

$$\lambda_{ij} = \sum_{k=1, M} \lambda_k v_{ki} v_{kj}^+, \quad (8a)$$

$$\lambda_{ijml} = \sum_{k=1, M} \sum_{k'=1, M} (B + C - B\delta_{kk'}) v_{ki} v_{kj}^+ v_{k'm}^+ v_{k'l}^+, \quad (8б)$$

где  $v_k^+$  — так называемые сопряженные векторы, удовлетворяющие условию:

$$v_k^+ v_{k'} = \sum_{i=1, M} v_{ki}^+ v_{k'i} = \delta_{kk'}. \quad (8в)$$

Очевидно, что если векторы образов ортонормальны между собой, тогда сопряженный вектор соответствует транспонированному. Для произвольной же системы неортогональных векторов в [2] предложена специальная процедура построения системы векторов  $\{v_k^+\}_{k=1, M}$ , сопряженных исходной системе векторов образов.

В результате процедуры (7) сеть из заданного начального состояния  $q^0$  достигает устойчивого состояния, соответствующего ближайшему максимуму плотности вероятности  $p(q)$ , которая в соответствии с ПМИЭ при заданных ограничениях (5а) и (5в) имеет вид ([1]):

$$p(q) = N \exp\left(- \sum_{i, j=1, N} \lambda_{ij} q_i q_j - \sum_{i, j, m, l=1, N} \lambda_{ijml} q_i q_j q_m q_l\right). \quad (9)$$

Здесь мы хотим показать, как подобная схема может быть применена не только для распознавания образов, но и при автоматическом моделировании явлений или поведения систем. Действуя в духе

описанного выше подхода, мы предполагаем, что явление описывается вектором параметров  $q$ . На основе экспериментальных данных, заданных системой векторов  $\{v_k\}_{k=1, M}$ , может быть сформирована процедура подобная (6):

$$q^* = \text{grad}_q \left( \lambda + \sum_{r=1, L} \lambda_r f_r(q) \right). \quad (10)$$

Однако с точки зрения моделирования она приобретает здесь другой смысл. При заданных ограничениях (например типа (5)), которые мы можем интерпретировать как априорную информацию об управляющих поведением системы законах, правая часть (10) может рассматриваться как своего рода фильтр, пропускающий «правильно» только такие векторы  $q$ , которые соответствуют заданным ограничениям. Другими словами, условие  $q^* = q$  (где  $q^*$  рассматривается не как вектор состояний в последующий момент времени, а как оценка или внутреннее представление в сети задаваемого вектора  $q$ ) должно выполняться не только для векторов из экспериментальной выборки данных  $\{v_k\}_{k=1, M}$ , но и для всех других векторов/систем векторов, удовлетворяющих заданным ограничениям. Более того, можно ожидать, что неполные или зашумленные векторы, не содержащиеся в экспериментальной выборке, но удовлетворяющие заданным ограничениям, также могут быть дополнены или восстановлены в результате действия фильтра типа (10).

Здесь мы рассмотрим данный подход применительно к одному из простейших случаев, когда в качестве ограничений выступают лишь вторые моменты компонент вектора состояний  $\langle q_i q_j \rangle$ . При этом мы не будем требовать ортогональности векторов  $v_k$  между собой. Как нетрудно показать, (10) в этом случае сводится к линейному преобразованию вида:

$$q^* = Wq, \quad (11)$$

где элементы матрицы  $W$  должны формироваться на основе векторов  $v_k$ . Такое преобразование обычно называют линейным ассоциатором, а матрицу  $W$  — матрицей памяти. Линейный ассоциатор и различные способы формирования матрицы памяти в режиме по-

ступления новых данных (on-line) подробно рассматривались Кохоненом [3, 4], а также Грабеком и Саксе<sup>2</sup> [5, 6, 7].

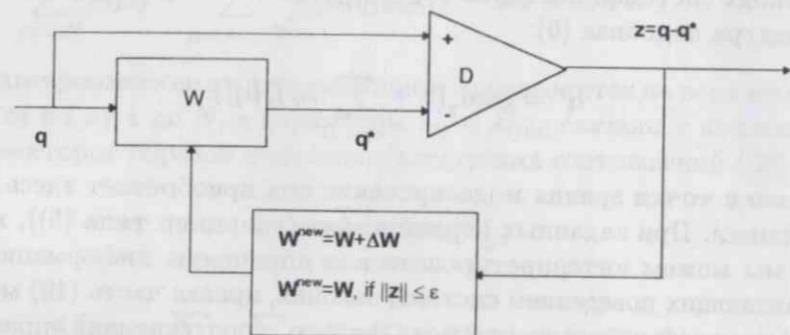


Рис. 3. Схема действия линейного ассоциатора.

Структурная схема линейного ассоциатора, обучающегося в процессе поступления данных, приведена на рис. 3. Входной вектор  $q$  (в качестве которого в процессе обучения выступает один из векторов из экспериментальной выборки данных  $v_k$ ), проходя через блок памяти  $W$ , преобразуется в вектор-оценку  $q^*$ , который можно интерпретировать как внутреннее представление ассоциатором внешнего вектора  $q$ . В блоке сравнения  $D$  формируется разность  $z = q - q^*$ , которую в свою очередь можно интерпретировать как степень несоответствия между внешним вектором и внутренним его представлением в сети. В ходе процесса адаптации сети к внешним данным, эта разница стремится к нулю, что соответствует «полному осознанию» их системой. Вектор  $z$ , поступающий с блока сравнения, служит основой для обновления матрицы памяти  $W$ , что собственно и представляет собой процесс обучения или адаптации. Приведем несколько известных способов формирования обновленной матрицы  $W^{\text{new}} = W + \Delta W$ :

$$\Delta W = zz^T / \|z\|^2, \quad (12a)$$

<sup>2</sup>Для решения проблемы неразрушающего исследования материалов с помощью ультразвука, а также эмпирического моделирования физических явлений.

$$\Delta W = \alpha zq^T, \quad (12б)$$

где  $\alpha$  — так называемая постоянная обучения, характеризующая степень влияния «обновляющей» составляющей  $\Delta W$  на каждом шаге на окончательную матрицу памяти,

$$\Delta W = 1/M \sum_{k=1, M} z_k z_k^T, \quad (12в)$$

где  $M$  — число векторов из экспериментальной выборки, а  $z_k$  — векторы невязок, полученные при подаче на вход ассоциатора соответствующего вектора  $v_k$ .

В случае (12а) на каждом этапе обновления в память включается только та часть информации, которая еще не была получена ранее. В ходе такого процесса (напоминающего по существу процесс ортогонализации Грамма-Шмидта для системы неортогональных векторов  $\{v_k\}_{k=1, M}$ ) норма невязки  $\|z\|$  постоянно уменьшается, что мы можем интерпретировать как постепенное «понимание» сетью данного явления. Критерием окончания процесса обучения может служить достижение  $\|z\|$  некоторого порогового значения  $\varepsilon$ , характеризующего, например, уровень помех измерений:

$$\|z\| \leq \varepsilon. \quad (13)$$

Форма (12б) является аналогом правила обучения Хебба и, как показано в [7], иногда может оказаться более предпочтительной с точки зрения скорости сходимости адаптационного процесса.

Форма (12в), предложенная в [7], хотя и не является в полном смысле «on-line»-процедурой, устраняет существенный недостаток, присущий (12а) и (12б), который заключается в том, что векторы из экспериментальной выборки, используемые на первых шагах обучения, оказывают гораздо большее влияние на окончательный вид матрицы памяти, чем те, которые использовались в конце. При этом, как легко заметить, матрица  $\Delta W$  соответствует корреляционной матрице невязок  $z_k$ .

Теперь мы покажем, как используя процедуру сингулярного разложения, можно легко сформировать матрицу памяти  $W$  таким

образом, что условие  $\mathbf{q} = \mathbf{q}^*$  (или точнее условие (13)) будет выполняться для всех векторов  $\mathbf{q}$ , удовлетворяющих наложенному ограничению на вторые моменты компонент вектора состояний, один из вариантов которого в матричной форме может быть записан следующим образом:

$$\mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T, \quad (14)$$

где  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_M]$  – матрица, состоящая из векторов экспериментальных данных  $\mathbf{v}_k$ , а  $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_M]$  – матрица, которая может состоять как из векторов данных, не участвовавших при обучении, так и из части векторов из экспериментальной выборки (то есть для некоторых  $k$  может оказаться  $\mathbf{q}_k = \mathbf{v}_k$ ). Легко видеть, что для каждой пары компонент вектора состояния указанное ограничение имеет вид:

$$\langle v_i v_j \rangle = \langle q_i q_j \rangle \Leftrightarrow \sum_{k=1, M} v_{ik} v_{jk} = \sum_{k=1, M} q_{ik} q_{jk}. \quad (15)$$

Накладывая ограничение (14), мы подразумеваем в то же время другое важное требование: любой вектор  $\mathbf{q}$ , который может быть представлен как линейная комбинация векторов из экспериментальной выборки, также должен удовлетворять условию  $\mathbf{q} = \mathbf{q}^*$ . Это требование мы можем записать в следующем виде:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{V}\mathbf{B}, \quad (16)$$

где  $\mathbf{B}$  – некоторая матрица, задающая линейное преобразование из  $\mathbf{V}$  в  $\mathbf{Q}$ .

Действительно, из (14) следует:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{V}\mathbf{V}^T(\mathbf{Q}^T)^+ = \mathbf{V}\mathbf{B}, \quad \text{где } \mathbf{B} = \mathbf{V}^T(\mathbf{Q}^T)^+, \quad (17)$$

( $^+$ ) обозначает псевдообратную матрицу Мура-Пенроуза.

Сингулярное разложение матрицы  $\mathbf{V}$  (как впрочем и любой другой произвольной матрицы размерностью  $N \times M$ ) имеет вид:

$$\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{R}^T, \quad (18)$$

где  $\mathbf{U}$  – унитарная матрица размерности  $N \times N$ ,  $\mathbf{R}$  – унитарная матрица размерности  $M \times M$ ,  $\mathbf{S}$  – диагональная матрица, на диагонали которой расположены сингулярные числа, характеризующие ранг матриц  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{A}$ . Под значимыми сингулярными векторами (левыми или правыми) мы будем здесь понимать первые столбцы матриц  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{R}$ , соответствующие ненулевым сингулярным числам.

Докажем, что для всех векторов  $\mathbf{v}_k$  из экспериментальной выборки, а также для любых векторов  $\mathbf{q}$ , удовлетворяющих ограничению (14) (или (16)) равенство  $\mathbf{q} = \mathbf{q}^*$  выполняется, если матрица  $\mathbf{W}$  сформирована на основе значимых левых сингулярных векторов матрицы  $\mathbf{V}$ :

$$\mathbf{W} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T, \quad (19)$$

где матрица  $\mathbf{U}$  здесь и далее состоит из значимых левых сингулярных векторов-столбцов. Другими словами, мы хотим доказать, что из (19) следует:

$$\mathbf{V} = \mathbf{W}\mathbf{V}, \quad (20a)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{W}\mathbf{Q}. \quad (20b)$$

Действительно, используя сингулярное разложение (18) и унитарность матрицы  $\mathbf{U}$ :

$$\mathbf{W}\mathbf{V} = \mathbf{U}\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{R}^T = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{R}^T = \mathbf{V},$$

что доказывает (20a). Доказательство равенства (20b) вытекает из (16) и только что доказанного (20a):

$$\mathbf{W}\mathbf{Q} = \mathbf{W}\mathbf{V}\mathbf{B} = \mathbf{V}\mathbf{B} = \mathbf{Q}.$$

Необходимо заметить, что формирование матрицы памяти в соответствии с (19) возможно и в режиме реального времени при постоянном поступлении новых векторов данных. Для этого необходимо лишь воспользоваться специальным соотношением ([3]):

$$\mathbf{W}^{\text{new}} = \mathbf{W} + \Delta\mathbf{W}, \quad (21)$$

$$\Delta\mathbf{W} = (\mathbf{I} - \mathbf{W})\mathbf{v}^{\text{new}}\mathbf{z}^T / \|\mathbf{z}\|^2, \quad \text{если } \|\mathbf{z}\| \neq 0, \quad (21a)$$

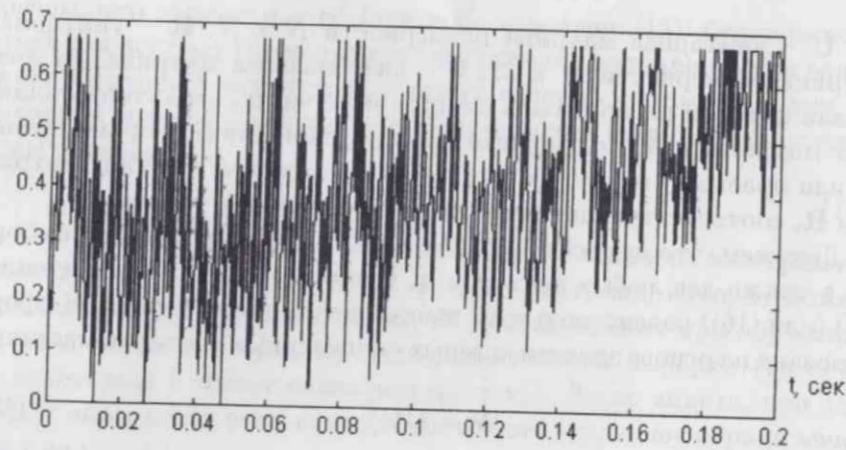


Рис. 4. Сигнал, полученный с установленного в компрессоре датчика давления.

или

$$\Delta \mathbf{W} = 0, \text{ если } \|\mathbf{z}\| = 0, \quad (21б)$$

где  $\mathbf{z} = \mathbf{v}^{\text{new}} - (\mathbf{v}^{\text{new}})^* = \mathbf{v}^{\text{new}} - \mathbf{W}\mathbf{v}^{\text{new}}$ , а  $\mathbf{I}$  – единичная матрица, совпадающая по размерности с матрицей  $\mathbf{W}$ .

Условие (21б) означает, что если новый вектор  $\mathbf{v}^{\text{new}}$ , пропущенный через «старый» фильтр  $\mathbf{W}$  не изменяется, то этот новый вектор не отличается от предыдущих в смысле (15) и матрица памяти не подлежит изменению. В реальных задачах, однако, в силу наличия помех или других факторов, условия (21а) и (21б) должны быть заменены на более мягкие: для (21а)  $\|\mathbf{z}\| > \epsilon$ , а для (21б)  $\|\mathbf{z}\| \leq \epsilon$ , где  $\epsilon$  – некоторое достаточно малое пороговое значение.

Общая схема адаптации сети к постоянно поступающим данным может выглядеть следующим образом. Поступающий на вход новый вектор  $\mathbf{v}^{\text{new}}$  пропускается через фильтр, задаваемый матрицей  $\mathbf{W}$ . Норма разницы между исходным и пропущенным через фильтр векторами сравнивается с пороговым значением  $\epsilon$ . Если разность превышает порог, то матрица памяти модифицируется согласно (21) и (21а), что соответствует продолжению процесса адаптации. В про-

тивном случае матрица памяти остается без изменения, что соответствует ситуации, когда поступающий вектор идентифицируется сетью как «подходящий».

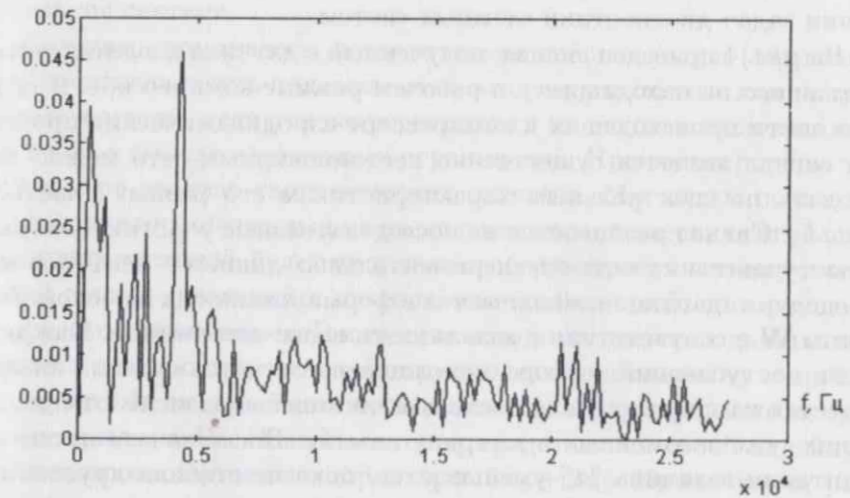
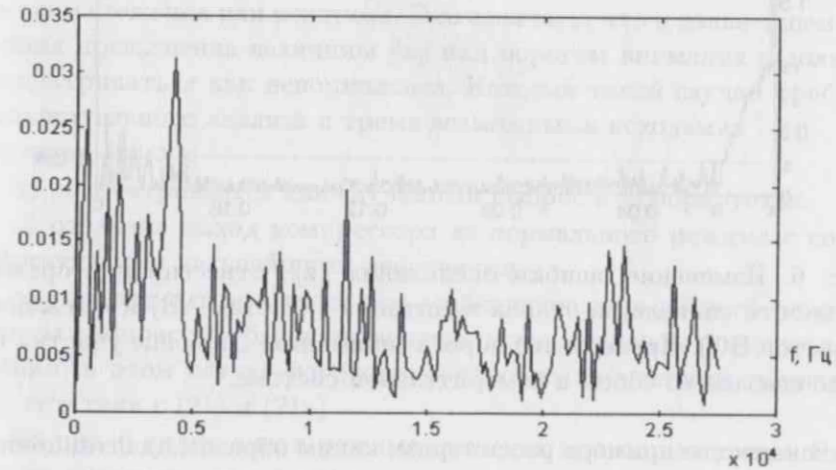


Рис. 5. Спектральные плотности мощности разных участков сигнала с датчика давления.

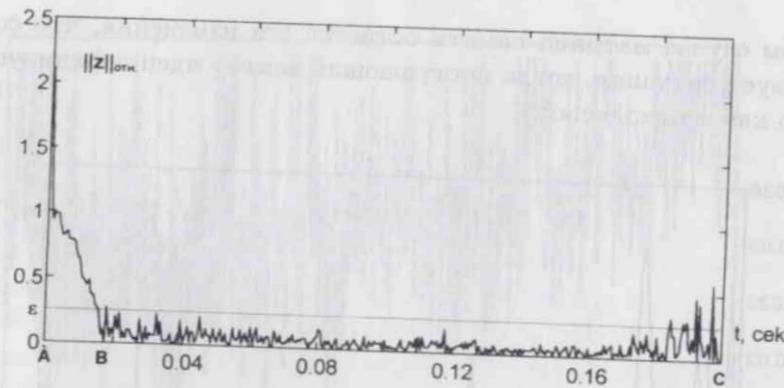


Рис. 6. Изменение ошибки оценивания  $\|z\|$ , отнесенной к средней мощности сигнала на этапах адаптации (участок АВ) и «слежения» (участок ВС). Превышение порога «внимания»  $\epsilon$  в конце участка ВС было связано со сбоем в измерительной системе.

В качестве примера рассмотрим, каким образом адаптационные свойства линейного ассоциатора могут быть использованы при решении задач диагностики сложных систем.

На рис. 4 приведен сигнал, полученный с датчика давления, установленного на находящемся в рабочем режиме компрессоре. В силу сложности происходящих в компрессоре аэродинамических процессов сигнал является существенно нестационарным, что можно наблюдать по спектральным характеристикам его разных участков (рис. 5). Сигнал разбивается на последовательные участки, которые и выступают в качестве экспериментальных данных – векторов  $v_k$ . Процедура адаптации заключается в формировании на их основе матрицы  $W$  в соответствии с изложенным выше алгоритмом. Каждый вновь поступающий вектор, состоящий из отсчетов сигнала анализируется на предмет того, насколько он линейно зависим от предыдущих, уже заложенных в матрицу памяти. После начала процесса адаптации величина  $\|z\|$  уменьшается, пока не стабилизируется на довольно низком (по отношению к средней мощности сигнала) значении, что можно рассматривать как достижение уровня помех и одновременно как конец основного этапа адаптации (рис. 6). Такую

величину, характеризующую уровень помех, и разумно выбрать в качестве основы для задания порогового значения  $\epsilon$ , которое можно было бы назвать «порогом внимания». После того, как основной процесс адаптации закончился, диагностическая система переходит в режим слежения или контроля. Это означает, что в дальнейшем ситуация превышения величины  $\|z\|$  над порогом внимания  $\epsilon$  должна рассматриваться как ненормальная. Каждый такой случай требует дополнительного анализа с тремя возможными исходами: ситуация  $\|z\| > \epsilon$

- рассматривается как случайный выброс и игнорируется,
- означает выход компрессора из нормального режима с соответствующими дальнейшими действиями,
- говорит о том, что не все особенности нормального режима работы компрессора были учтены при первоначальном процессе адаптации; в этом случае необходимо обновление матрицы памяти в соответствии с (21) и (21a).

На рис. 6 видно, как в режиме слежения произошло превышение порога внимания, что в данном случае было вызвано сбоем в измерительной системе.

Как уже упоминалось, ассоциативное действие типа (10) позволяет восстанавливать подаваемые на вход сети неполные или зашумленные векторы, если эти векторы похожи на использовавшиеся при обучении в смысле наложенных ограничений. Проиллюстрируем это на примере анализа гармонических сигналов. Мы хотим показать, что ассоциатор, обученный на нескольких гармонических сигналах с различной частотой, будет не только свободно пропускать через себя любой сигнал являющийся их линейной комбинацией, но и очищать его от возможных помех. В качестве исходных векторов данных выступают два вектора отсчетов гармонических сигналов  $v_1 = \sin 0.3t$  и  $v_2 = \sin 0.4t$ , которые являются основой для формирования матрицы ассоциатора  $W$ . Новый вектор  $q$  представляет собой линейную комбинацию исходных векторов:  $q = 3v_1 + 2v_2$ . Кроме этого, рассмотрим еще вектор  $q_r = q + \text{rand}$ , где  $\text{rand}$  – случайный вектор с компонентами, равномерно распределенными в интервале  $[0; 2]$ . Сигналы, соответствующие векторам  $q$  и  $q_r$ , приведены на рис. 7. На



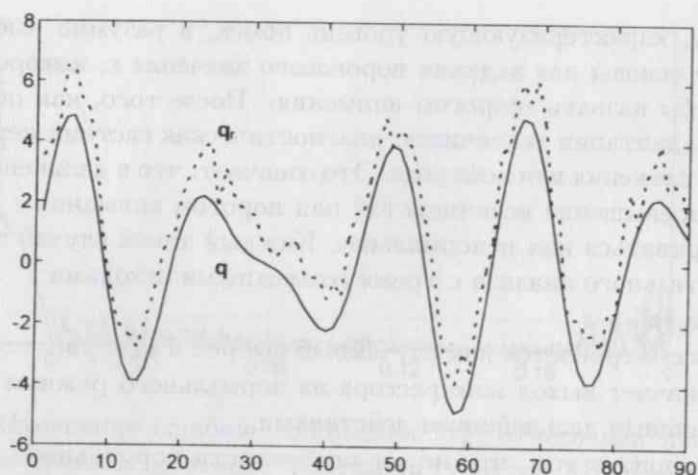


Рис. 7. Модельные вектор-сигналы: исходный  $q = 3 \sin 0.3t + 2 \sin 0.4t$  и зашумленный  $q_r = q + \text{rand}$ .

рис. 8 приведены сигналы, соответствующие векторам  $q$  и  $q_r^*$ , где  $q_r^*$  — пропущенный через ассоциатор вектор  $q_r$ . Сравнение рис. 7 и рис. 8 по существу и иллюстрирует способность ассоциатора восстанавливать поврежденные данные.

Это же свойство может быть использовано и для решения другой, не менее важной и интересной задачи предсказания неизвестных компонент вектора данных по его известной части. Разобьем вектор  $q$  на две составляющих: вектор  $x$ , состоящий из известных компонент и вектор  $y$ , состоящий из компонент подлежащих оцениванию. Соотношение (11) может быть записано в виде:

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{xx} & W_{xy} \\ W_{yx} & W_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где каждая из матриц  $W_{xx}$ ,  $W_{xy}$ ,  $W_{yx}$ ,  $W_{yy}$  задает соответствующее преобразование. Особое значение имеет матрица  $W_{yx}$ , которая вместе с матрицей  $W_{yy}$  позволяет оценивать неизвестный вектор  $y$  по известному вектору  $x$ :

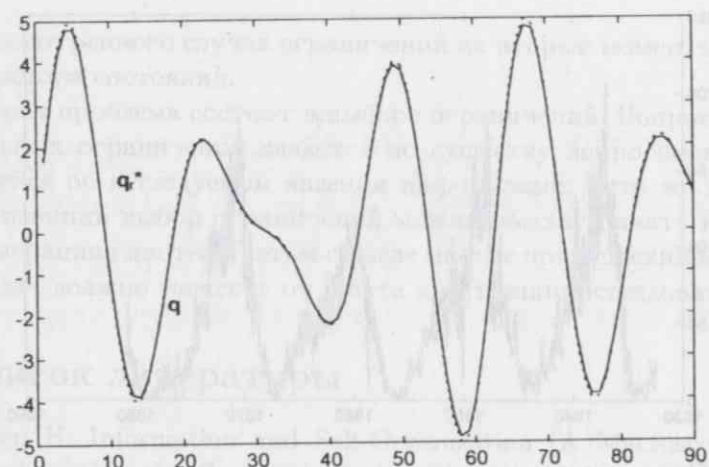


Рис. 8. Исходный модельный сигнал  $q$  и сигнал  $q_r^*$  после воздействия линейного ассоциатора.

$$y^* = (I - W_{yy})^{-1} W_{yx} x. \quad (23)$$

При решении данной задачи процедура обучения сети и формирования матрицы памяти не отличается от описанной ранее. Единственным дополнительным шагом на стадии оценивания является разбиение матрицы памяти в соответствии с (22) с последующим использованием (23).

Рассмотрим для примера как это может быть использовано для предсказания элементов временного ряда. В качестве временного ряда были выбраны известные данные о среднемесячных числах солнечных пятен [8] за период с 1830 по 1881 гг. Вектор  $q$  размерностью  $N$  в данном случае формируется из двух частей: вектора  $x$ , представляющего собой первые  $N - 1$  отсчетов некоторого участка временного ряда и  $N$ -го отсчета того же участка  $y$ . Проблема, таким образом, состоит в предсказании некоторого элемента временного ряда по известным  $N - 1$  элементам, что в сущности эквивалентно построению авторегрессионной модели предсказания (АР-модели).

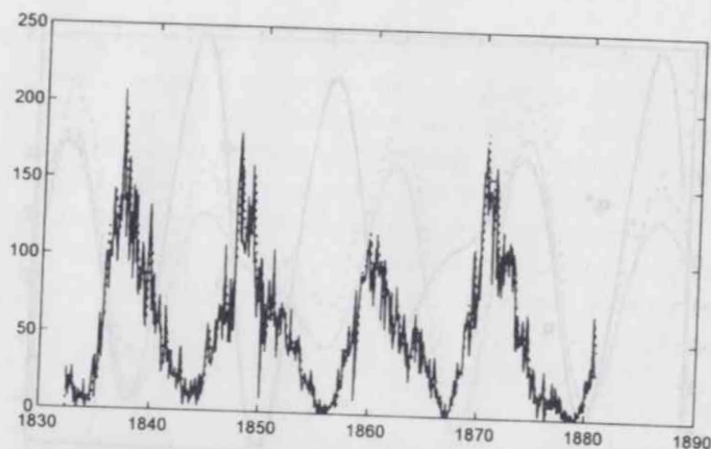


Рис. 9. Среднемесячные показатели числа солнечных пятен и их оценка (пунктирная линия), предсказанная на каждом шаге с помощью линейного ассоциатора.

Следуя уже известной методике, мы используем динамическую процедуру формирования матрицы памяти. При этом на каждом шаге из матрицы памяти  $W$  выделяются подматрицы  $W_{yy}$  и  $W_{yx}$  и далее в соответствии с (23) строится оценка  $y^* = q_N^*$ . На рис. 9 приведен исходный ряд среднемесячных показателей числа солнечных пятен вместе с рядом, соответствующим их оценке, построенной с помощью линейного ассоциатора для  $N = 15$ . Несмотря на линейность модели, мы можем наблюдать хорошую степень аппроксимации.

В заключение отметим две основные проблемы, возникающие при использовании ассоциатора общего типа (10).

Первой существенной проблемой является определение параметров  $\lambda_r$ , особенно при ограничениях сложного вида. Здесь мы можем сослаться на работы Хакена [1, 2], где отражены общие принципы, по которым эти параметры могут быть оценены исходя из наложенных ограничений и экспериментальных данных. В целом, однако, проблема является чрезвычайно сложной и ее решение требует выработки специальных процедур подобно тому, как это было сделано

для рассмотренного случая ограничений на вторые моменты компонент вектора состояний.

Вторая проблема состоит в выборе ограничений. Вопрос выбора адекватных ограничений является по существу вопросом полноты имеющейся об исследуемом явлении информации. В то же время, с общих позиций выбор ограничений можно рассматривать как процесс генерации гипотез. В этом смысле многое при решении конкретных задач должно зависеть от опыта и интуиции исследователя.

### Список литературы

- [1] Haken H. Information and Self-Organization (A Macroscopic Approach to Complex Systems). Berlin: Springer-Verlag, 1988.
- [2] Haken H. Synergetic Computers and Cognition (A Top-Down Approach to Neural Nets) Macroscopic Approach to Complex Systems. Berlin: Springer-Verlag, 1991.
- [3] Kohonen T. Self-Organization and Associative Memory. Berlin: Springer-Verlag, 1984.
- [4] Kohonen T. An Introduction to Neural Computing. Neural Networks 1. 1988.
- [5] Grabec I., Sachse W. Automatic modeling of physical phenomena: Application to ultrasonic data // J. Appl. Phys. 69 (9). 1991.
- [6] Grabec I., Sachse W. Application of an intelligent signal processing system to acoustic emission analysis // J. Acoust. Soc. Am. 85 (3). 1989.
- [7] Grabec I., Sachse W. Experimental characterization of ultrasonic phenomena by learning system // J. Appl. Phys. 66 (9). 1989.
- [8] Марпл С.Л. Числовой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
- [9] Perus M. Vse v enem, eno v vsem: mozgani in dusevnost v analizi in sintezi. Ljubljana: DZS, 1995.