Введение в теорию нечеткой информационной грануляции. Ее роль в рассуждениях человека и нечеткой логике

Лотфи А. Заде

Грануляция – одна из основных концепций, лежащих в основе человеческого познания. Результатом грануляции объекта A является набор гранул A, объединенных общей функциональностью, близостью или имеющих некоторое другое сходство. Теория нечеткой информационной грануляции (ТНИГ) инспирирована человеческой способностью гранулировать информацию и рассуждать над ней. Основы ТНИГ и ее методология представляют собой математическую теорию. Нечеткая грануляция лежит в основе концепций лингвистической переменной, нечетких правил вывода и нечетких графов.

В ближайшие годы ТНИГ, скорее всего, будет играть важную роль в развитии нечеткой логики и вместе с вычислениями со словами (computing with words) может оказать широкое влияние на ее приложения.

Предисловие

Статьи серии «Fuzzy Sets and Systems» как нельзя лучше показывают, что в течение последних десяти лет нечеткая логика эволюционировала в хорошо структурированную систему концепций и приемов с прочным математическим обоснованием и огромным количеством самых различных приложений. Нечеткая логика используется в научных, инженерных, социальных, биомедицинских системах и потребительских товарах.

В данной публикации центральным моментом является рассмотрение нечеткой информационной грануляции – метода грануляции, который берет за основу концепцию лингвистической переменной, нечетких правил вывода и нечеткого графа. Несомненно, механизм нечеткой информационной грануляции сыграл и в настоящий момент продолжает играть важную роль в приложениях нечеткой логики. Но так же ясно, что начинает выкристаллизовываться теория нечеткой информационной грануляции, которая представляет нечеткую логику в новом свете, и в свое время может быть понята как ее квинтэссенция. Это ощущение я и хочу четко сформулировать в этой статье.

Мое понимание может быть представлено как эволюция идей, заложенных в моей статье в 1965 г. о теории множеств [24], статье 1971 г. о нечетких системах [26], статьях 1973-1976 годов о лингвистических переменных, нечетких правилах вывода и нечетких графах [27]–[30], статье 1979 года о нечетких множествах и информационной грануляции [31], статье 1986 года об обобщенных ограничениях [32] и статье 1996 года о вычислениях со словами (computing with words) [37]. Среди моих статей, статью 1973 года, в которой были введены основные концепции лингвистических переменных и нечетких правилах вывода, можно рассматривать как поворотную точку, в которой была заложена основа ТНИГ.

Из чего следует, что все, что я намереваюсь сказать, должно рассматриваться как резюме, а не как полное описание. Более детальное изложение теории нечеткой информационной грануляции находится в процессе созревания.

Введение

Среди основных концепций, лежащих в основе человеческого познания, можно выделить три, имеющие исключительную важность. Это грануляция, организация и причинная обусловленность. В широком смысле, грануляция – это декомпозиция целого на части; организация – это интеграция частей в целое и, наконец, причинная обусловленность – это связь причины со следствиями (рис. 1).

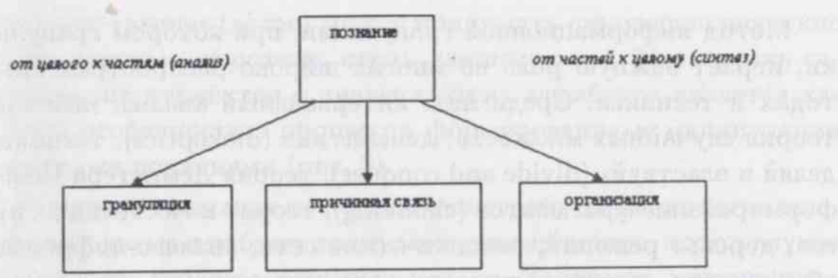


Рис. 1. Фундаментальные понятия человеческого познания.

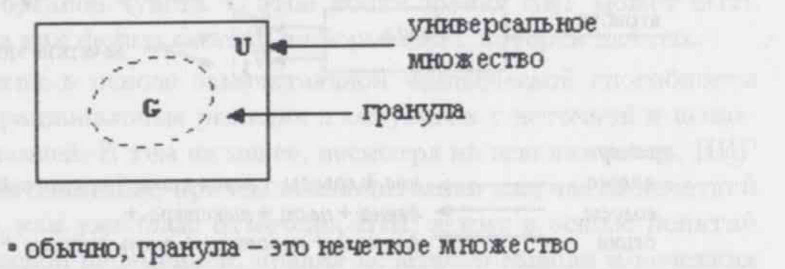


Рис. 2. Гранула – это совокупность объектов (или точек), которые объединены функциональностью, близостью, сходством или неотличимостью.

Неформально, результатом грануляции объекта A является набор гранул A, где гранулой является группа объектов (или точек), объединенных функциональностью, близостью, сходством или неотличимостью (рис. 2). В этом смысле гранулами человеческого тела являются голова, руки, ноги и т.д. В свою очередь гранулы головы – это лоб, щеки, нос, глаза, уши, волосы и т.д. Вообще, грануляция иерархична по сути. Всем хорошо знаком пример грануляции времени: время разбивается на годы, год – на месяцы, месяц – на дни и т.д.

Метод информационной грануляции, при котором гранулы чет ки, играет важную роль во многих широко распространенных ме тодах и техниках. Среди них: интервальный анализ, квантование теория случайных множеств, диакоптика (diakoptics), техника «раз деляй и властвуй» (divide and conquer), теория Демпстера-Шеффера формирование фрагментов (chunking), теория качественных процес сов, деревья решений, семантические сети, аналого-цифровые пре образования, программирование ограничений (constraint program ming), Пролог, кластерный анализ и многие другие.

Рис. 3. Базовые составляющие нечеткой информационной грануля ции: грануляция, атрибутирование, оценка.

Однако следует отметить то, что в четкой информационной гра нуляции есть большой пробел. Говоря точнее, она не в состоянии отразить тот факт, что во многих, возможно в большинстве, чело веческих рассуждений и при формировании человеком понятий гра нулы нечетки. В случае с человеческим телом гранулы нечетки в том смысле, что границы головы, рук, ног и т.д. определены неточно. Бо лее того, гранулы ассоциируются с нечеткими атрибутами такими, например, как *цвет*, *длина* и *структура* применительно к волосам. В свою очередь, атрибуты гранул имеют нечеткие значения, напри-

мер, атрибут «длина» (волос) может принимать следующие нечеткие значения: *длинные*, *короткие*, *очень длинные* и т.д. Нечеткость самих гранул, их атрибутов и значений этих атрибутов является характерной особенностью процессов формирования и манипуляции человеческими понятиями (рис. 3).

Заслуживает внимания тот факт, что атрибуты могут быть ассоциированы с двумя или более гранулами одновременно, в этом случае они могут быть названы *межгранульными*. Например, межгранульным является расстояние между глазами, где глаза понимаются как нечеткие гранулы головы.

В человеческом познании нечеткость гранул – это прямое следствие нечеткости понятий функциональности, близости, сходства и неотличимости. Кроме того, нечеткость вызвана конечным объемом человеческого мозга и ограниченной разрешающей способностью человеческих органов чувств. С этой точки зрения НИГ может быть рассмотрена как форма сжатия информации с потерей данных.

НИГ лежит в основе замечательной человеческой способности принимать рациональные решения в ситуациях с неточной и неполной информацией. И тем не менее, несмотря на всю важность, НИГ уделено мало внимания, причем исключительно как части нечеткой логики, где, как уже было отмечено, НИГ лежит в основе понятий лингвистической переменной, правил нечеткого вывода и нечетких графов. Эффективность и успех нечеткой логики в работе с проблемами реального мира основывается в большой степени на использовании НИГ. Этот механизм нечеткой логики уникален и отличает ее от всех других методологий. В этой связи необходимо подчеркнуть, что, когда мы говорим о НИГ, мы не говорим о единичной нечеткой грануле, мы говорим о наборе нечетких гранул, который является результатом грануляции четкого или нечеткого объекта.

ТНИГ, которой посвящена данная статья, построена на существующем механизме НИГ в нечеткой логике, но выходит далеко за его рамки. В основном ТНИГ черпает вдохновение из неформальных путей, которыми человек применяет НИГ, но ее фундамент и методология математичны по своей природе.

В этой перспективе НИГ может быть рассмотрена как неко обобщение, которое может быть применено к любой концепции, ме тоду или теории. С НИГ связаны следующие принципиальные спо собы обобщения:

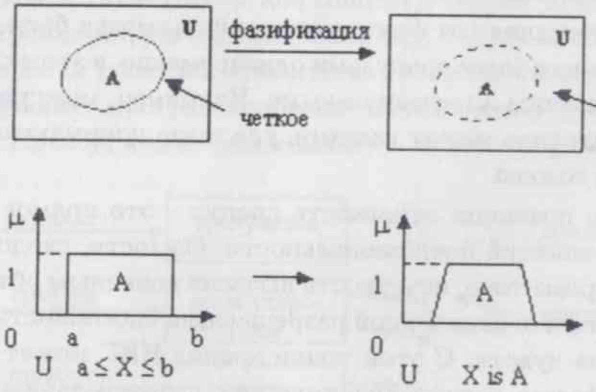


Рис. 4. Фазификация (размывание): переход от обычного множества к нечеткому.

1. Размывание (f-обобщение). В этом способе обобщения четкое множество заменяется нечетким множеством (рис. 4).
2. Грануляция (g-обобщение). В этом случае множество разбивается на гранулы (рис. 5).
3. Рандомизация (r-обобщение). В этом случае переменные заменяются случайными величинами.
4. Стандартизация (*usualization*-обобщение). В этом случае утверждение, выражающее, что X есть A, заменяется на обычное (X *is* A).

Эти и другие способы обобщения могут использоваться в различных комбинациях. Комбинации особенно важны для связи размывания и грануляции. Эта связь играет стержневую роль в ТНИГ и в нечеткой логике и называется $f.g.$-обобщение (или нечеткая грануляция).

Как способ обобщения, нечеткая грануляция может быть при-

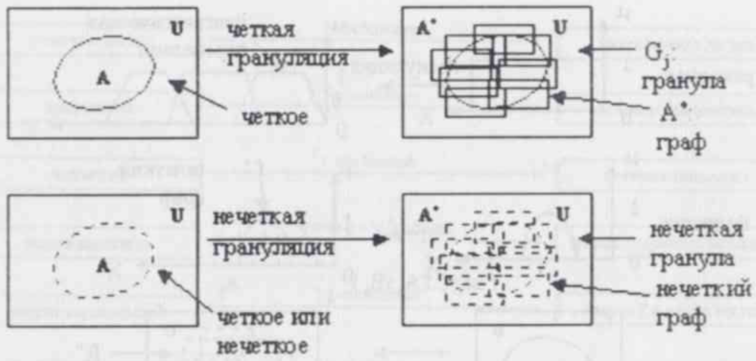


Рис. 5. Четкая грануляция: множество делится на четкие гранулы. Нечеткая грануляция: нечеткое либо обычное множество делится на нечеткие гранулы.

менена к любому понятию, методу или теории. В частности, нечеткое обобщение основных понятий переменной, функции и отношения приводит к основным понятиям нечеткой логики: лингвистической переменной, множеству нечетких правил и нечеткому графу (рис. 6). Эти понятия уникальны для нечеткой логики и играют центральную роль в ее приложениях.

Понятия f-обобщения, g-обобщения, r-обобщения и $f.g.$-обобщения содействуют улучшению понимания нечеткой логики и ее связей с другими методологиями, работающими с неопределенностью и неточностью. В частности, четкое g-обобщение теории множеств и реляционной модели данных приводит к теории случайных множеств [18]. f-обобщение классической логики и теории множеств приводит к многозначной логике, нечеткой логике в ее узком смысле и части теории нечетких множеств (рис. 7). Но есть еще нечеткая грануляция, которая приводит к нечеткой логике в широком смысле и лежит в основе многих ее приложений. Это ключевой момент, который часто не замечают в рассуждениях о нечеткой логике и ее связи с другими методологиями.

ТНИГ служит для высвечивания центральности понятия нечет-

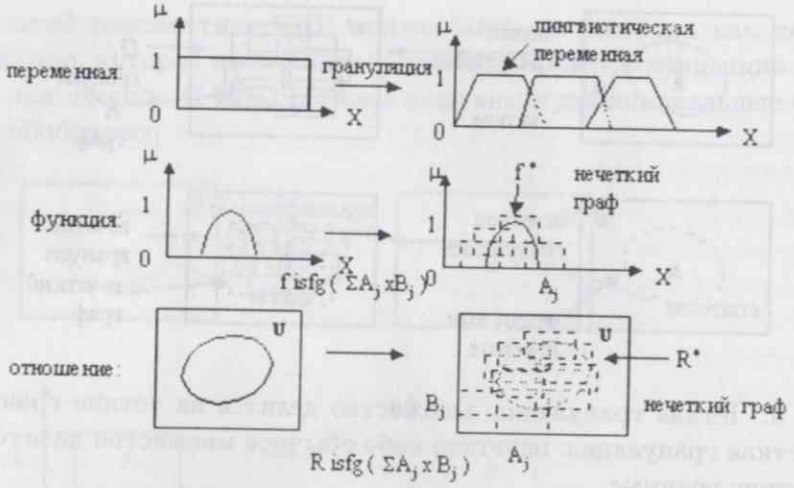


Рис. 6. Грануляция основных математических понятий: переменной, функции и отношения. Лингвистическая переменная = f-грануляция переменной. Нечеткий граф может быть представлен как множество нечетких правил и наоборот. $R\ isfg\ T$ означает, что R ограничено нечетким графом T.

кой информационной грануляции в нечеткой логике. Еще более важно то, что эта теория обеспечивает основу для вычислений со словами [37]. В действительности, вычисления со словами являются неотъемлемой частью ТНИГ. Отправной точкой вычислений со словами является тот факт, что слова естественного языка могут играть роль меток нечетких гранул. В вычислениях со словами утверждение рассматривается как неявное нечеткое ограничение на неявную переменную. Значение утверждения – это ограничение, которое оно представляет.

Начальное множество данных (НМД) в вычислениях со словами состоит из набора утверждений, выраженных на естественном языке. Результат вычисления, называемый конечным множеством данных (КМД), также представляет собой набор утверждений, выраженных на естественном языке. Для получения КМД из НМД используются правила вывода нечеткой логики, которые распространяют ограничение предпосылки к заключению (рис. 8).

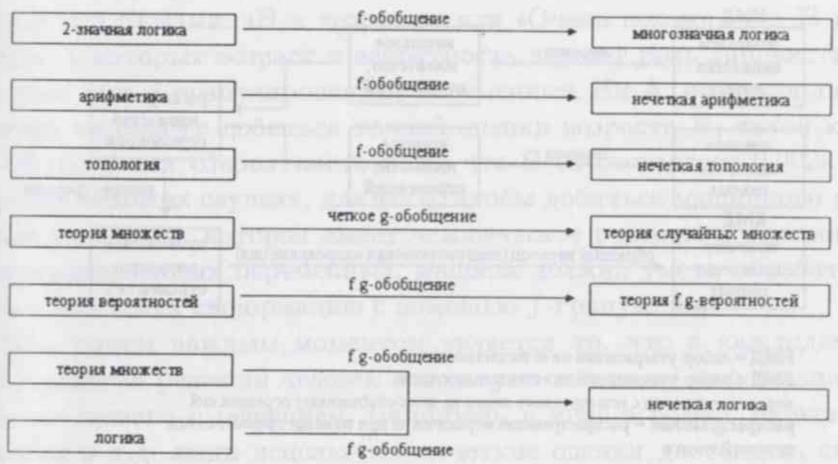


Рис. 7. Теории, получаемые в результате применения различных способов обобщения.

Есть две ситуации, применение вычислений со словами в которых рационально. Во-первых, вычисления со словами необходимы, когда доступная информация недостаточно точна и не оправдывает использование цифр. И, во-вторых, вычисления со словами полезны, когда есть допустимая неточность, неопределенность и частичная истинность, которые, тем не менее, могут быть использованы для достижения робастности, низкой цены решения и большего соответствия реальности. В настоящее время вычисления со словами, похоже, превращаются в важную методологию, широко применяемую как на базовом, так и на прикладном уровнях.

Вдохновленные способом, которым человек гранулирует свои понятия, мы можем продолжить грануляцию на концептуальные структуры из различных областей науки. В некотором смысле, это мотивирует вычисления со словами. Интригует возможность грану-

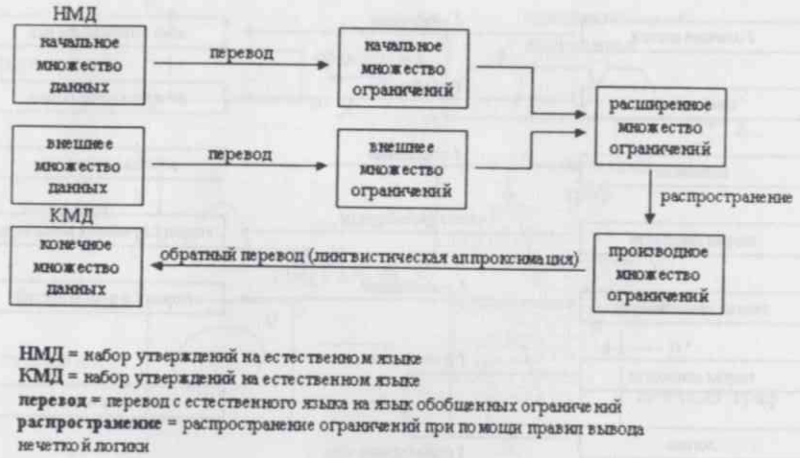


Рис. 8. Основная структура вычислений со словами.

лировать концептуальные структуры математики. Это приводит тому, что может быть названо гранулярной математикой. Не ис ключено, что гранулярная математика сможет эволюционировать отдельную ветвь математики, имеющую тесные связи с реальны миром. Подмножество гранулярной математики и супермножеств вычислений со словами образуют гранулярные вычисления.

В заключение анализа видно, что НИГ – это центр нечеткой ло гики, и в то же время это основа человеческих рассуждений и вы работки понятий. Благодаря этому нечеткая информационная гра нуляция играет основополагающую роль в концепции и устройств интеллектуальных систем. Становится очевидным тот факт, что су ществует много задач, которые люди могут решать с легкостью, н нет машин, которые могли бы решить эти задачи без использовани НИГ.

Типичным примером является проблема определения возраста п голосу. Рассмотрим обычную ситуацию: **А** разговаривает по теле фону с **Б**, которого он не знает. Услышав ответ, **Б** говорит 5–1 секунд, после чего **А** предлагается грубо оценить возраст **Б** и вы

разить это словами: «**Б** в возрасте» или «Очень похоже, что **Б** немолод», в которых возраст и вероятность играют роль лингвистик, которые есть f-гранулированные переменные. Ни **А**, ни какая-либо машина не смогут добиться точной оценки возраста **Б**, такой как «**Б** 63 года» или «Вероятность того, что **Б** 63 составляет 0.002». В этом и в похожих случаях, для того, чтобы добиться машинного решения проблемы, которая имеет человеческое решение в терминах f-гранулированных переменных, машина должна уметь обрабатывать и выводить информацию с помощью f-грануляции.

Еще одним важным моментом является то, что в каждодневном принятии решений человек использует только ту информацию, которая связана с решением. Например, в игре в гольф, парковке машины и т.д. люди используют нечеткие оценки дистанции, скорости, углов, размеров и т.д. В большинстве случаев, касающаяся решения информация представляет собой f-гранулы. Для решения задач, которые являются повседневными для человека, и в которых он легко принимает решение, машина должна уметь обрабатывать f-гранулированную информацию. Следствием этих примеров является тот факт, что НИГ есть неотъемлемая часть человеческого познания. Этот факт приводит к наводящему на мысли заключению, важному для теории искусственного интеллекта: не имея методологии НИГ у себя на вооружении, искусственный интеллект не достигнет своих целей.

В дальнейшем мы детально разработаем пункты, упомянутые выше, и подробно опишем базовые идеи, лежащие в основе НИГ и ее роль в нечеткой логике.

Понятие обобщенного ограничения

Отправной точкой ТНИГ является понятие обобщенного ограничения [32]. Для простоты мы в нашем обсуждении ограничимся безусловными ограничениями.

Пусть X будет переменной, принимающей значения из универсального множества U. Обобщенное ограничение на значения X записывается как $X\ isr\ R$, где R – ограничивающие отношение, isr связка и r – дискретная переменная, значение которой определяе то, как R ограничивает X.

Ниже приведены принципиальные типы ограничений и значени r, которые их определяют.

1. *Равенство*, $r = e$. В этом случае $X\ ise\ a$ означает, что $X = a$.

2. *Возможность*, $r =$ « ». В этом случае R – это нечеткое множество функцией принадлежности $\mu_R:\ U \to [0,1]$, а X – это дизъюнктивна (возможностная) переменная, то есть переменная, которой не може быть присвоено два или более значений из U одновременно. Тогд $X\ is\ R$ означает, что R – это возможностное распределение X. Боле точно: $X\ is\ R \to \mathrm{Poss}\{X = u\} = \mu_R(u)$, $u \in U$.

Простым примером возможностного ограничения являет $X\ is$ small. В этом случае, $\mathrm{Poss}\{X = u\} = \mu_{small}(u)$. Ограничени порождаемые утверждениями, выраженными на естественном язы ке, большей частью возможностные по своей природе. Поэтому пр стейшее значение $r =$ « » выбрано для обозначения возможностног ограничения.

3. *Истинность*, $r = v$. В этом случае, R является нечетким множе ством с функцией принадлежности μ_R, а X – это конъюнктивна переменная, то есть переменная, которой может быть присвоено дв или более значений из U одновременно, тогда $X\ isv\ R \to \mathrm{Ver}\{X$ $u\} = \mu_R(u)$, $u \in U$, где $\mathrm{Ver}\{X = u\}$ – это истинность (истинностно значение) $X = u$.

В качестве примера истинностного ограничения приведем след ющий. Пусть U – множество естественных языков, и пусть X озна чает способность индивидуума говорить по-английски, по-немецк по-французски. Тогда $X\ isv$ (1.0/английский + 0.8/французский 0.6/немецкий) означает, что способность X говорить по-английск по-французски и по-немецки составляет 1.0, 0.8, 0.6 соответственн

Важно заметить, что в случае возможностного ограничения, н четкое множество R играет роль возможностного распределени тогда как в случае истинностного ограничения R играет роль и тинностного распределения. В данном случае подразумевается, чт

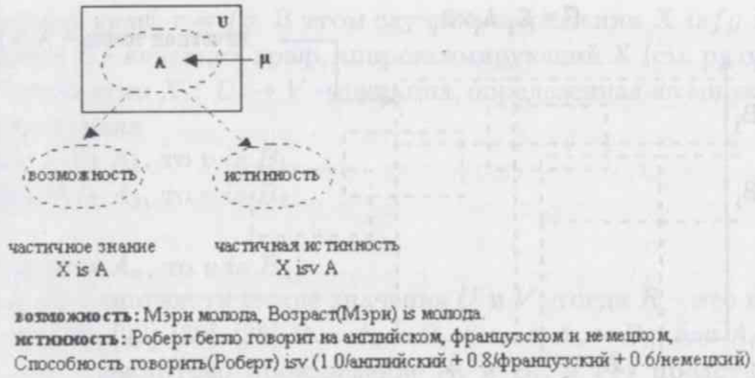


Рис. 9. Возможностная и истинностная интерпретация нечеткого множества.

вообще любое нечеткое и, в силу самого факта, любое четкое множество R допускает две различные интерпретации (рис. 9). Подробное обсуждение различных интерпретаций степеней принадлежности в нечетких множествах содержится в статье Дубоиса и Прада «Семантика нечетких множеств» изданной в «Fuzzy Sets and Systems».

Так как в большинстве случаев встречаются возможностные ограничения, предполагаем по умолчанию, что нечеткое множество играет роль возможностного распределения.

4. *Вероятность*, $r = p$. В этом случае $X\ isp\ R$ означает, что X – случайная переменная и R – вероятностное распределение (или плотность) X. Например, $X\ isp\ N(m, \sigma^2)$ означает, что X – нормально распределенная случайная величина с мат. ожиданием m и дисперсией σ^2. Аналогично, $X\ isp\ (0.2 \times a + 0.4 \times b + 0.4 \times c)$ означает, что X принимает значения a, b, c с вероятностями соответственно 0.2, 0.4 и 0.4.

5. *Значение вероятности*, $r = \lambda$. В этом случае $X\ is\lambda\ R$ означает, что есть ограничения вероятности особого события $X\ is\ A$. Более точно, $X\ is\lambda\ R \to \mathrm{Prob}\{X\ is\ A\}\ is\ R$. Например, пусть $A =$ small, а $R =$ likely, тогда $X\ is\lambda$ likely означает, что $\mathrm{Prob}\{X\ is\ \mathrm{small}\}\ is$ likely.

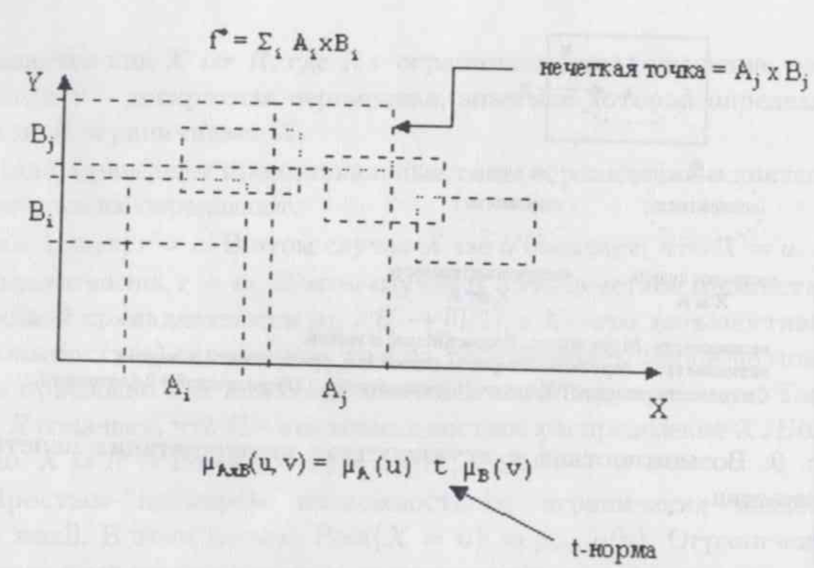


Рис. 10. Нечеткий граф f^* – дизъюнкция декартовых произведени

6. *Случайное множество*, $r = rs$. В этом случае, $X\ isrs\ R$ означае композицию ограничений вероятности и возможности (или истин ности). В схематичной форме, ограничение случайного множеств может быть представлено как:

$$\frac{\begin{array}{c} Y\ isp\ R \\ (X,Y)\ is\ Q \end{array}}{X\ isrs\ R,}$$

или

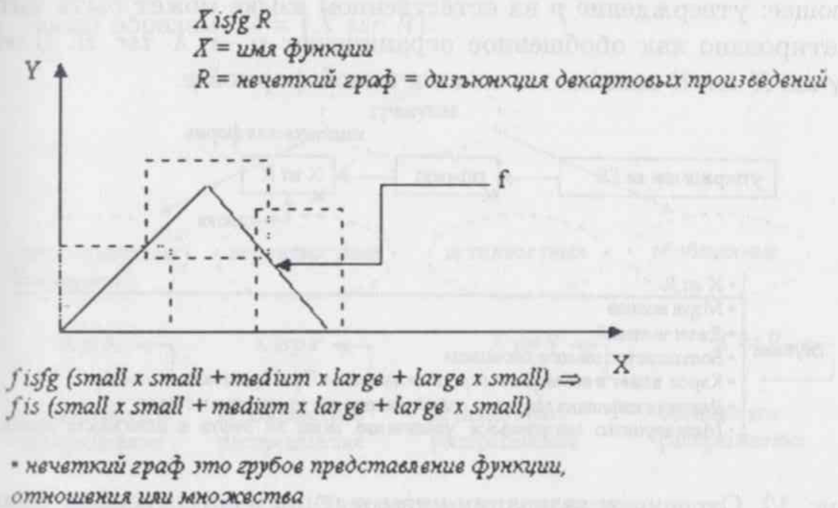
$$\frac{\begin{array}{c} Y\ isp\ R \\ (X,Y)\ isv\ Q \end{array}}{X\ isrs\ R,}$$

где Q – объединенное возможностное (или истинностное) ограни чение на X и Y, а R – случайное множество, то есть множеств значений случайных переменных. Интересно заметить, что теори вычисления событий Демпстера-Шеффера является, в сущности, те орией ограничений случайных множеств.

Нечеткий граф, $r = fg$. В этом случае в выражении $X\ isfg\ R$ X – ункция, а R – нечеткий граф, аппроксимирующий X (см. раздел 5). олее точно, если $X : U \to V$ – функция, определенная на множестве нечетких правил

если U *is* A_1, то v *is* B_1,
если U *is* A_2, то v *is* B_2,
...
если U *is* A_n, то v *is* B_n,

де A_i и B_i – лингвистические значения U и V, тогда R – это нечет ий граф [26], [28]–[30], [36] $R = A_1 \times B_1 + \ldots + A_n \times B_n$, где $A_i \times B_i$, $= 1 \ldots n$ – декартово произведение A_i и B_i, и «+» представляет изъюнкцию или в общем случае s-норму (рис. 10).



ис. 11. Представление ограничения нечетким графом как возмож остного ограничения.

Ограничение нечетким графом может быть представлено как озможностное ограничение на аппроксимированную функцию рис. 11). Таким образом, $X\ isfg\ R \to X\ is\ \sum_i A_i \times B_i$.

В дополнение к типам ограничений, описанным выше, существу-

ет много других более специфичных и менее общих. Возникает в
прос: для каких целей служит такое разнообразие ограничений?

Основная причина в том, что информация может быть предст
влена как ограничения на значения переменной. Например, утве
ждение «Мэри молода»переводит информацию о возрасте Мэри
язык ограничения значений, которые может принимать переменн
Возраст. Аналогично, утверждение «большинство шведов высоки
может быть интерпретировано как возможностное ограничение
долю высоких шведов, то есть:
Большинство шведов высокие→*Доля (высокие шведы/шведы) больши*
где нечеткое количество *«большая»* играет роль нечеткого числа.

В контексте вычислений со словами основное предположение с
дующее: утверждение p на естественном языке может быть инте
претировано как обобщенное ограничение: $p \to X$ isr R. В это
случае X isr R называется канонической формой p.

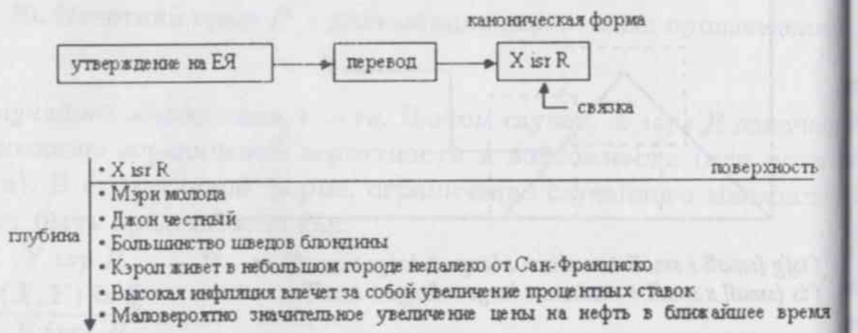


Рис. 12. Степень детализации утверждения в естественном язык

В вычислениях со словами [37], глубиной детализации утверж
ния является степень усилия, которое необходимо применить д
разложения p, то есть для перевода p в каноническую форму. В эт
смысле утверждение X isr R является пологим ограничением (гл
бина равна нулю). На рис. 12 глубина детализации увеличиваетс
по направлению вниз. То есть, такое утверждение, как «Мэри мо
да», пологое, в то время как «маловероятно значительное увеличе
цены на нефть в ближайшее время» – нет.

Как мы видим, информация, сообщаемая в утверждении, выра-
женном на ЕЯ, является, вообще говоря, слишком сложной и не до-
пускает представления простым, четким ограничением. Это явля-
ется основной причиной, по которой для представления значения
утверждения на ЕЯ нам необходимо большое разнообразие ограни-
чений из подмножества обобщенных ограничений.

Таксономия нечеткой грануляции

Понятие обобщенного ограничения дает основу для классифика-
ции нечетких гранул. Более точно, в ТНИГ гранула G рассматрива-
ется как группа точек, характеризуемых обобщенным ограничени-
ем. Таким образом, $G = \{X\ isr\ R\}$.

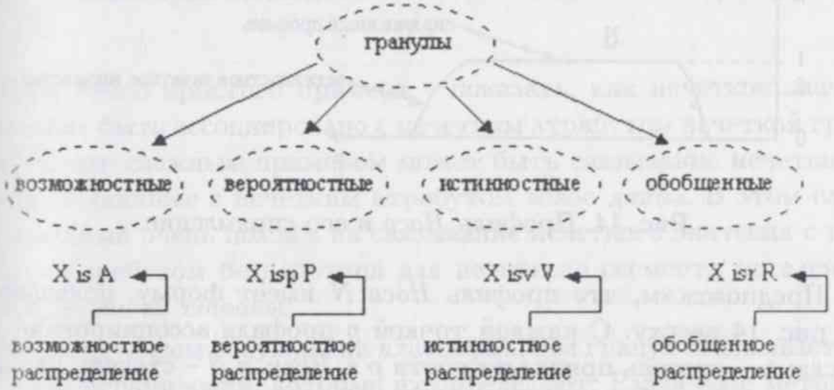


Рис. 13. Таксономия грануляции.

Тип гранулы определяется типом ограничения, которое ее ха-
рактеризует (рис. 13). В частности, возможностные, истинностные
и вероятностные гранулы определяются соответствующими ограни-
чениями. Для иллюстрации, гранула $G = \{X\ is\ \text{small}\}$ – это возмож-
ностная гранула. Гранула $G = \{X\ isv\ \text{small}\}$ – истинностная гра-
нула. А гранула $G = \{X\ isp\ N(m, \sigma^2)\}$ – вероятностная (Гауссова)
гранула.

В качестве более конкретной иллюстрации рассмотрим часть ч
ловеческого лица *Нос* как нечеткую гранулу. Если мы соотнесем к
ждой точке носа степень ее принадлежности к *Носу*, то нечетк
гранула *Нос* может быть интерпретирована как истинностная гр
нула. Теперь предположим, что мы сопоставим атрибуту длины *Но*
нечеткую гранулу *длинный*. Вопрос: что означает утверждение «Н
длинный»?

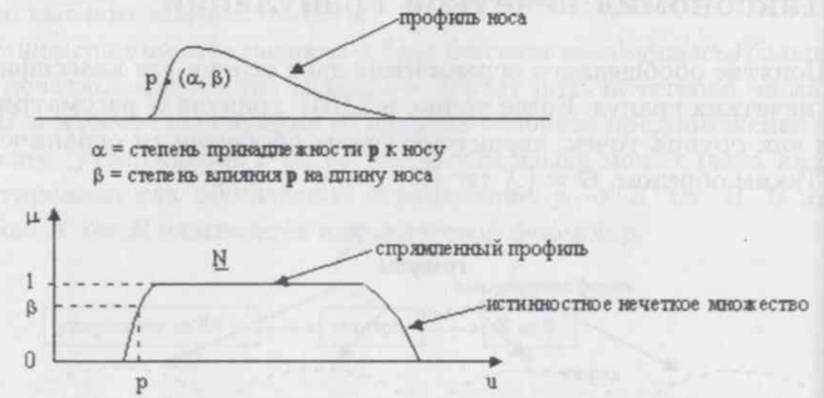
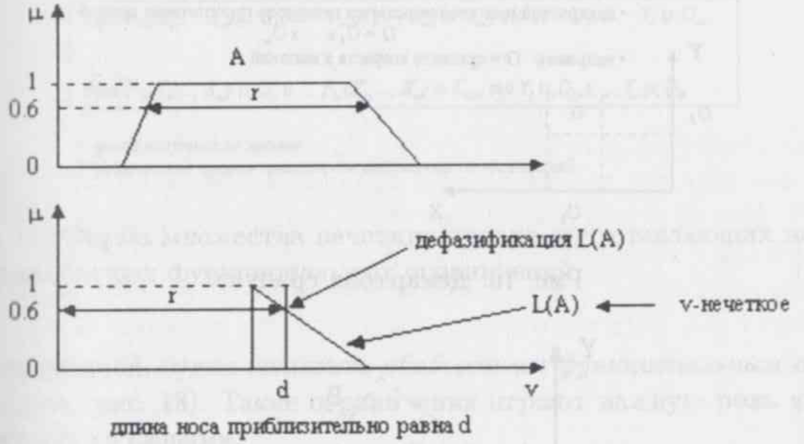


Рис. 14. Профиль *Носа* и его спрямление.

Предположим, что профиль *Носа* N имеет форму, показанну
на рис. 14 вверху. С каждой точкой p профиля ассоциировано д
числа: α – степень принадлежности p к *Носу*, и β – степень влиян
p на значение атрибута «длина *Носа*». Вообще говоря, $\alpha \geqslant \beta$.

Теперь пусть $\underline{N}$ будет истинностным нечетким множеством, п
лучившимся из спрямления профиля *Носа* (рис. 14 внизу). В так
случае, исходный вопрос превращается в «Какова длина $\underline{N}$»? Эт
вопрос хорошо знаком нечеткой логике. Предположим для простот
что множество имеет трапециевидную форму, как показано на ри
15. Тогда, используя α-разбиение $\underline{N}$, его длина может быть предст
влена как истинностное треугольное нечеткое множество $L(\underline{N})$ (ри
15). Таким образом, $L(\underline{N})$ – ответ на исходный вопрос. Однако е
ли требуется одно реальное значение длины носа, $L(\underline{N})$ может быт
дефазифицировано, используя COG-метод дефазификации.



ис. 15. Длина трапециевидного нечеткого множества и длина *Носа*.

Цель этого простого примера – показать, как нечеткое значе-
ие может быть ассоциировано с нечетким атрибутом нечеткой гра-
улы. Более сложным примером может быть связывание нечеткого
начения *длинные* с нечетким атрибутом волос *длина*. В этом слу-
ае проблема очень похожа на связывание нечеткого значения с не-
тким атрибутом *безработица* для нечеткого сегмента *население
орода, региона, страны*.

В последующем обсуждении классификация гранул основывается
а типах ограничений, которые их определяют. Различные методы
лассификации используют представление сложных гранул в виде
екартова произведения или других комбинаций более простых гра-
ул.

Более точно, пусть $G_1, \ldots, G_n$ – гранулы в $U_1, \ldots, U_n$ соответ-
венно, тогда гранула $G = G_1 \times \ldots \times G_n$ есть декартова гранула.
ля простоты мы будем предполагать, что $n = 2$ (рис. 16).

Важное элементарное свойство декартовых гранул связано с их
разбиением. Если $G = G_1 \times G_2$ и G_α, $G_{1\alpha}$ и $G_{2\alpha}$ – α-разбиения G,
и G_2 соответственно, то $G_\alpha = G_{1\alpha} \times G_{2\alpha}$. Декартова гранула G

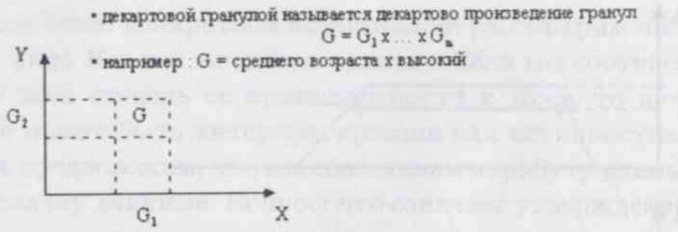


Рис. 16. Декартова гранула.

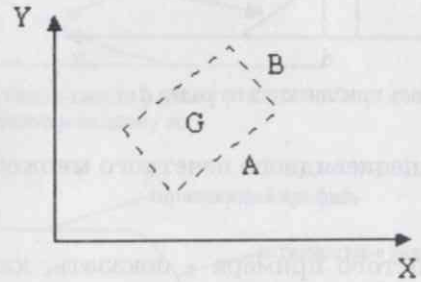


Рис. 17. Поворот декартовой гранулы.

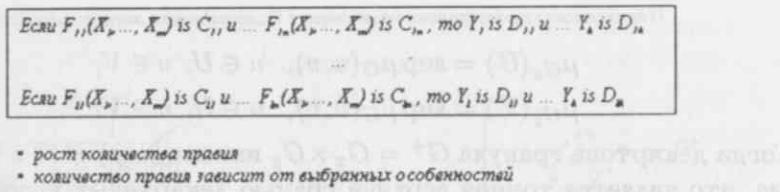
может быть повернута (рис. 17). В общем случае, декартова грану
G может быть подвержена координатным преобразованиям, опре
ленным следующим образом:

$$X \to F(X,Y) \qquad Y \to G(X,Y).$$

В этом случае, если G_1 и G_2 определены на возможно различ
обобщенных ограничениях:

$$G_1: \; X \; isr \; A \qquad G_2: \; X \; iss \; B,$$

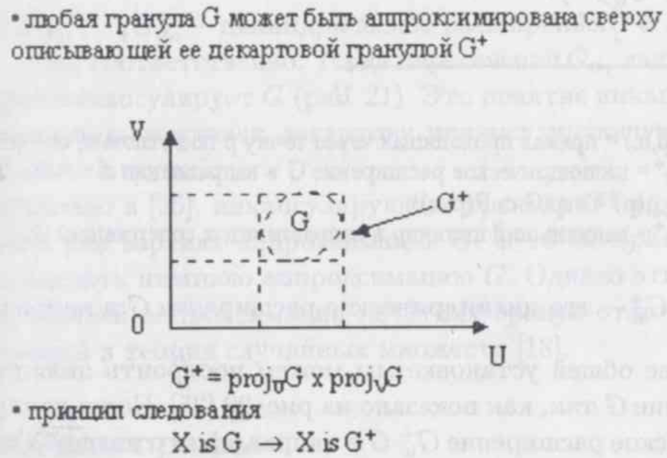
тогда преобразованная гранула G^* определяется как G^*
$(f(x,y)\ isr\ A) \times (g(x,y)\ iss\ B)$. Обобщенное ограничение, в ко
ром ограничиваемым объектом является функция или функцио



іс. 18. Форма множества нечетких правил представляющих набор
озможностных функциональных ограничений.

переменной, будем называть *обобщенным функциональным ограничением* (рис. 18). Такие ограничения играют важную роль в вычислениях со словами.

Важность понятия декартовой гранулы происходит в большой епени от ее роли в том, что может быть названо *инкапсуляцией*. Более точно, рассмотрим гранулу G, определенную на возможностном ограничении $G = \{(x,y) |\ (x,y)\ is\ R\}$.



іс. 19. Гранула G, ее проекция и инкапсулирующая ее гранула G^+.

Пусть G_x и G_y – проекции G на U и V, областей X и Y – соответственно. Таким образом,

$$\mu_{G_x}(U) = \sup \mu_G(u,v), \quad u \in U, \; v \in V,$$
$$\mu_{G_y}(V) = \sup \mu_G(u,v), \quad u \in U, \; v \in V.$$

Тогда декартова гранула $G^+ = G_x \times G_y$ инкапсулирует G в том см
сле, что является точной верхней гранью декартовых гранул, ко
рые содержат G (рис. 19). Привлечение принципов следования нечет
кой логики позволяет нам утверждать, что (x,y) *is* $G \Rightarrow (x,y)$ *is* G
Таким образом, G^+ может использоваться как верхняя аппрок
мация G [25]. Нужно отметить, что в случае истинностного ог
ничения принципы следования утверждают, что (x,y) *isr* A
(x,y) *isv* B, если $B \subset A$.

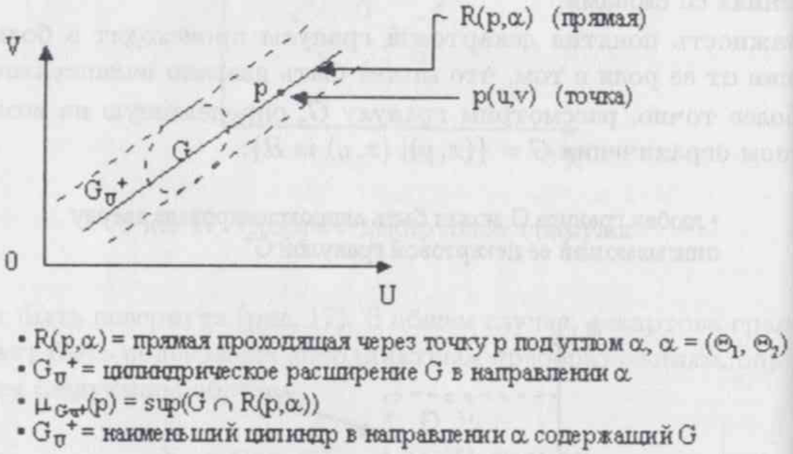
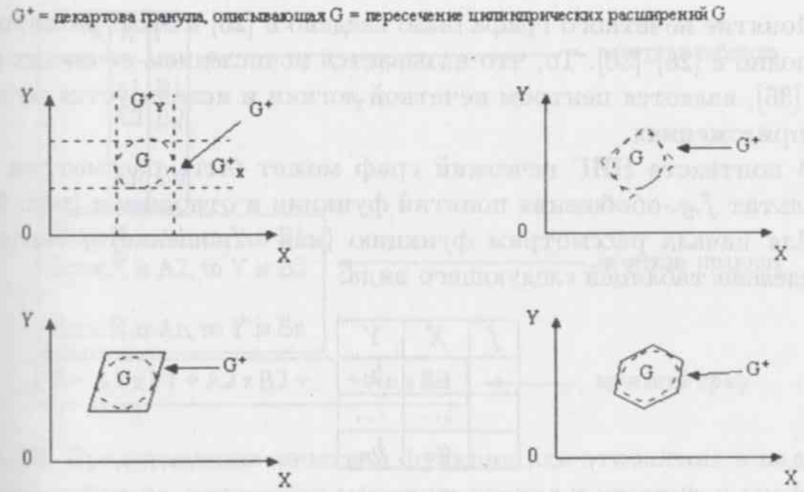


Рис. 20. G_u^+ – это цилиндрическое расширение G в направлении

В более общей установке мы можем построить цилиндрическ
расширение G так, как показано на рис. 20 [25]. Более конкретно
линдрическое расширение G_u^+ G в направлении α является цилинд
ческим нечетким множеством, таким что $\mu_{G_u^+}(p) = \sup(G \cap R(p,\alpha$
где $R(p,\alpha)$ – луч (прямая), проходящий через p в направлении
$\alpha = (\theta_1, \theta_2)$, где θ_1, θ_2 – углы, определяющие α. Из этого построе
G_u^+ инкапсулирует G.



ис. 21. Инкапсулирующие гранулы, получаемые пересечением ци-
ндрических расширений.

Пусть $G_{\alpha_1}, \ldots, G_{\alpha_n}$ – цилиндрическое расширение G в направле-
ниях $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ соответственно. Тогда пересечение G_{α_i} дает гранулу
$^+$, которая инкапсулирует G (рис. 21). Это понятие инкапсулирую-
ей гранулы подытоживает декартову инкапсулирующую гранулу
ак специальный случай.

Как показано в [25], инкапсулирующая гранула G^+ может быть
ассмотрена как верхняя аппроксимация G. В то же время она же
ожет определять нижнюю аппроксимацию G. Однако эти понятия
ерхней и нижней аппроксимации нечетких гранул отличаются от
х определений в теории случайных множеств [18].

Нечеткие графы

Один из основных аспектов человеческого познания связан с по-
иманием зависимостей и связей. В ТНИГ эта способность челове-
еского познания лежит в основе базового понятия *нечеткий граф*.

Понятие нечеткого графа было введено в [26] и было развито б
лее полно в [28]–[30]. То, что называется исчислением нечетких гр
фов [36], является центром нечеткой логики и используется во мн
гих приложениях.

В контексте НИГ нечеткий граф может быть рассмотрен к
результат $f.g.$-обобщения понятий функции и отношения (рис. 6)
Для начала рассмотрим функцию (или отношение) f, котор
определена таблицей следующего вида:

f	X	Y
	a_1	b_1
	...	...
	a_n	b_n

$f.g.$-обобщение f дает функцию f^*, определяющая таблица котор
имеет вид:

f	X	Y
	A_1	B_1
	...	
	A_n	B_n

где X и Y играют роль лингвистических (гранулярных) перем
ных, а A_i и B_i, $i = 1, \ldots, n$ представляют их лингвистические зна
ния. Определяющая таблица f^* может быть выражена множеств
нечетких правил:

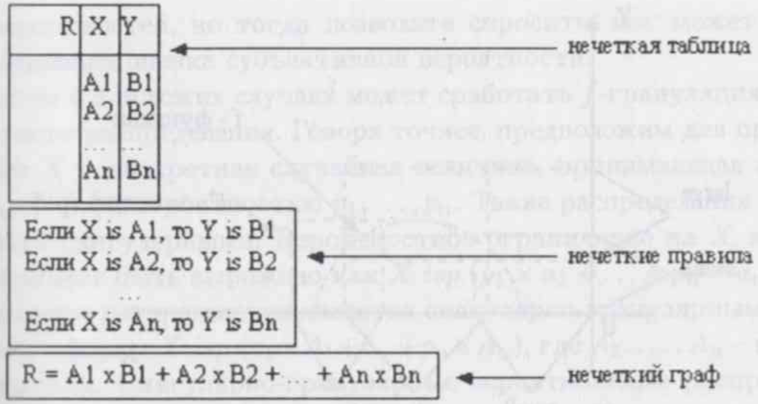
f^* Если X *is* A_1, то Y *is* B_1

...

Если X *is* A_n, то Y *is* B_n

Важно отметить, что в этом контексте нечеткие правила в фор
«Если X *is* A_1, то Y *is* B_1» не являются логическим следствием
читаются как упорядоченная пара (A_1, B_1). Этот вопрос рассмотр
более полно в [28], [29].

Как постулируется в [28]–[30], значение определяющей табли
(1) и эквивалентное ей множество нечетких правил (2) является



ис. 22. Представление нечеткой функции или отношения в виде не-
ткой таблицы, множества нечетких правил и нечеткого графа.

тким графом (рис. 22) $f^* = A_1 \times B_1 + \ldots + A_n \times B_n = \sum_i A_i \times B_i$, $i =$
$\ldots, n$, где «+» представляет дизъюнкцию. Исключительно важно
, что нечеткий граф f^* может быть рассмотрен как f-гранулярная
ппроксимация f. Например, в случае с функцией, показанной на
ис. 23 аппроксимация нечетким графом может быть выражена как:
* = small × small + medium × large + large × small. В этом и в дру-
х случаях грубость грануляции определяется требуемой степенью
проксимации.

Существуют четыре основных довода за нечеткую грануляцию
ункций и отношений.

Четкая, хорошо структурированная информация недоступна.

Примеры: экономические системы, ежедневное принятие реше-
ий.

Точная информация дорога.

Примеры: диагностические системы, контроль качества, анализ
ешений.

Хорошо структурированная информация не нужна.

Примеры: парковка машины, приготовление еды.

Плохо структурированная информация снижает цену.

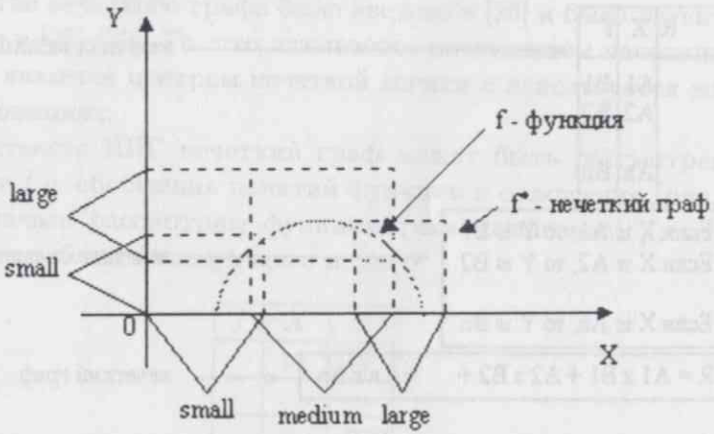


Рис. 23. Аппроксимация функции нечетким графом.

Примеры: камеры слежения, потребительские товары.

Из этих доводов выводится основной принцип нечеткой логи
Использовать неточность и неполную достоверность для
стижения удобства, робастности, низкой цены решений и хоро
го соответствия реальности.

В контексте этого принципа важность f-грануляции принц
ально проистекает из того факта, что она подготавливает по
для более широкого использования механизма нечеткой инфор
ционной грануляции, что является образцом соединения теор
практики.

Рассмотрим случай, связанный с использованием четко опр
ленного вероятностного распределения в анализе решений. Хотя
рия вероятностей точна и строга, ее связь с реальным миром дал
от совершенства, во многом потому, что вероятности в реально
недостаточно определены или трудно оценимы. Например, мне н
ходимо узнать вероятность того, что моя машина будет украд
чтобы решить, страховать ее или нет и на какую сумму. Но тео
вероятностей не дает путей для оценки вероятности этого вопр
Все, что она может предложить – это путь установления субъект

х вероятностей, но тогда позвольте спросить, как может быть
ормирована оценка субъективной вероятности.

В этом и в похожих случаях может сработать f-грануляция веро-
ностного распределения. Говоря точнее, предположим для просто-
, что X – дискретная случайная величина, принимающая значе-
и $a_1, \ldots, a_n$ с вероятностью $p_1, \ldots, p_n$. Такие распределения будем
ывать сингулярными. Вероятностное ограничение на X в этом
учае может быть выражено как $X\ isp\ (p_1 \times a_1 + \ldots + p_n \times a_n)$. Ве-
тностное распределение является сингулярно-гранулярным, если
о имеет форму $X\ isp\ (p_1 \times A_1 + \ldots + p_n \times A_n)$, где $A_1, \ldots, A_n$ – нечет-
е гранулы. Сингулярно-гранулярные вероятностные распределе-
я этого типа определяют случайное множество. Также они играют
жную роль в теории вычисления событий Демпстера-Шеффера.

Вероятностное распределение является гранулярно-сингулярным,
ли оно имеет форму $X\ isp\ (P_1 \times a_1 + \ldots + P_n \times a_n)$, где $P_1, \ldots, P_n$
гранулярные вероятности.

Вероятностное распределение является гранулярным, если оно
еет форму

$$X\ isp\ (P_1 \times A_1 + \ldots + P_n \times A_n), \quad (3)$$

начающую, что X – гранулярная случайная величина, принимаю-
я гранулярные (лингвистические) значения $A_1, \ldots, A_n$ с грануляр-
й (лингвистической) вероятностью $P_1, \ldots, P_n$. Гранулы $A_1, \ldots, A_n$
гут быть возможностными или истинностными. Гранулярные ве-
тности распределения в форме (3) обсуждались в [31] в контексте
ории вычисления событий Демпстера-Шеффера.

Простой пример гранулярного вероятностного распределения по-
ан на рис. 24. В этом примере

$$X\ isp\ (P_1 \times A_1 + P_2 \times A_2 + P_3 \times A_3), \quad (4)$$

и, более точно,

$$X\ isp\ (\text{small} \times \text{small} + \text{large} \times \text{medium} + \text{small} \times \text{large}).$$

Важным понятием в контексте гранулярных вероятностных рас-
еделений является p-доминант. Более конкретно, если в (4) есть

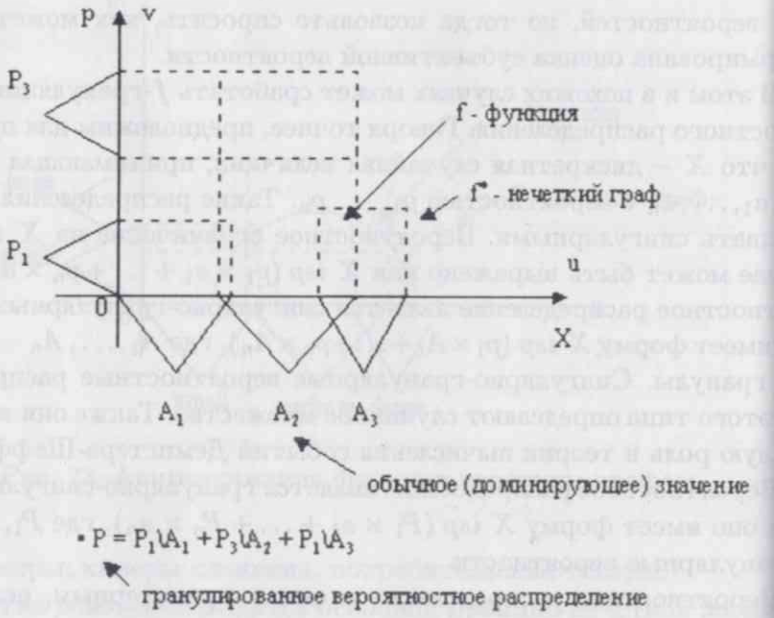


Рис. 24. Гранулированное вероятностное распределение.

значение A_j, вероятность которого больше, чем вероятность в
других значений X, тогда говорят, что A_j является p-доминант
или, что эквивалентно, обыкновенным значением X (рис. 24). Ва
ность p-доминирования проистекает из того факта, что в ежедн
ных рассуждениях обычно практикуется аппроксимировать

$$X\ isp\ (P_1 \times A_1 + \ldots + P_n \times A_n)$$

с помощью X *is* A_j, если A_j – p-доминирующее значение X. Нап
мер, в случае (4) можно предположить, что

$$X\ is\ \text{medium},$$

понимая, что (5) – не категорическое утверждение, а аппроксимац

обычно (X *is* medium),

е нечеткая связка «обычно» может быть интерпретирована как
четкое значение, которое представляет вероятность нечеткого со-
ытия $\{X\ is\ \text{medium}\}$.

Нечеткая грануляция в общей постановке

Как уже говорилось ранее, методология f-грануляции перемен-
х, функций и отношений сыграла и продолжает играть значитель-
ю роль в приложениях нечеткой логики. Внутри ТНИГ методоло-
и f-грануляции развивается в более общей постановке, увеличива-
щей применимость f-грануляции и расширяющей ее влияние. Это
обенно верно для f-грануляции функций, так как понятие функ-
и существует во всех областях науки и техники.

В качестве иллюстрации этого пункта рассмотрим стандартную
облему максимизации целевой функции в анализе решений. По-
льте нам предположить, как часто бывает в проблемах реального
ра, что целевая функция не отчетливо выражена, и все, что мы о
и знаем, может быть выражено в виде множества нечетких правил

f^* Если X *is* A_1, то Y *is* B_1
Если X *is* A_2, то Y *is* B_2
. . .
Если X *is* A_n, то Y *is* B_n

и, что эквивалентно, как нечеткий граф $f = \sum_i A_i \times B_i$.

Встает вопрос: что является точкой или, в общем случае, множе-
ом, на котором функция f принимает максимальное значение, и
ково само это значение (рис. 25)?

Проблема может быть решена с помощью техники α-разбиений.
соответствии с рис. 26 $A_{i\alpha}$ и $B_{j\alpha}$ является α-разбиением A_i и B_i
ответственно, тогда соответствующее α-разбиение f дает $f_\alpha =$
$A_{i\alpha} \times B_{i\alpha}$. Из этого выражения максимизирующее нечеткое мно-
ство и нечеткое множество максимальных значений могут быть

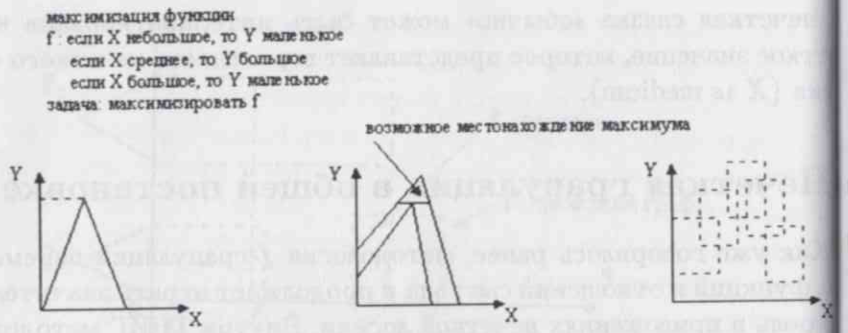


Рис. 25. Максимизация функции f, определенной на множестве
четких правил или нечетком графе.

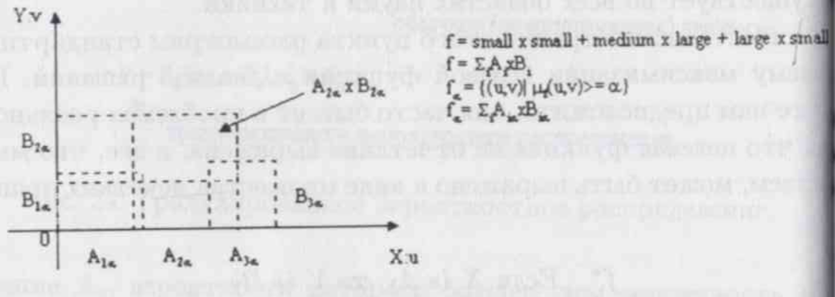


Рис. 26. α-разбиение нечеткого графа f.

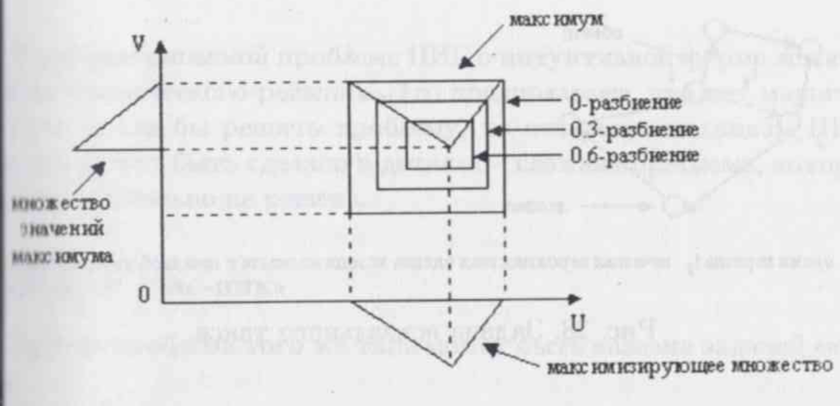
легко найдены, как показано на рис. 27.

В этом же ключе можно спросить: «Что является интегралом
что является корнем f и т.д.»? Проблемы такого типа опускают
сферу вычислений со словами [37].

Другая иллюстрация получена из принципа расширения [24,
37], который является базовым правилом нечеткого вывода и мо
быть выражен в виде следующей схемы:

$$\frac{X\ is\ A}{f(x)\ is\ f(A)},$$

где $f: U \to V$ и $\mu_{f(A)}(v) = \sup\limits_{\{u|v=f(u)\}} \mu_A(u)$.



. 27. Максимум, максимизирующее множество и множество зна-
ий максимума для нечеткого графа.

Позвольте нам применить f-грануляцию к f, дающую множество
вил f : Если X is A_i, то Y is B_i, $i = 1, \dots, n$. В этом случае
облема приводит к обычной интерполяционной схеме в исчислении
четких правил:

X is A

Если X is A_i, то Y is B_i, $i = 1, \dots, n$.

Y is $\sum_i AB_i$,

отображающий коэффициент m_i получается из $m_i = \sup(A \cap A_i)$.
Примеры, обсужденные выше, подсказывают важное направле-
в развитии ТНИГ. Все эти примеры могут быть рассмотрены
$f.g.$-обобщения стандартных проблем и техник. Так, в первом
имере стандартной проблемой была максимизация, тогда как во
ром примере нечеткая грануляция применена к принципу расши-
ния.

Задача вокзального такси

Другим примером в этом духе может быть названа задача вок-
льного такси. Эта задача может быть рассмотрена как $f.g.$-
общение известной задачи о коммивояжере. Смысл задачи в том,

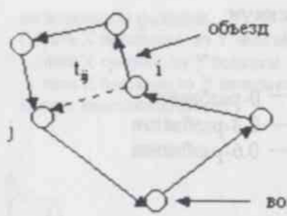


Рис. 28. Задача вокзального такси.

что вокзальное такси берет на вокзале несколько пассажиров и р
возит их по адресам. Цель водителя – вернуться на вокзал как мож
быстрее (рис. 28).

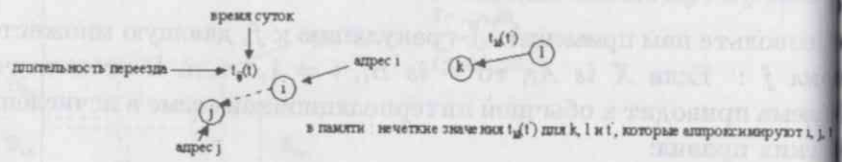


Рис. 29. Интерполяция времени и расстояния в задаче вокзальн
такси.

Отличие этой задачи от задачи коммивояжера в том, что в
следней цена перехода из узла i в узел j известна для всех i и j, в
время как в случае вокзального такси время переезда из адреса
адрес j должно быть оценено водителем. Водитель делает это, инт
полируя данные, хранимые в его памяти, при этом выполняя инт
поляцию и времени и пространства (рис. 29). Интуитивно водит
аппроксимирует время переезда грубым гранулярным вероятно
ным распределением. Решая, в каком порядке развозить пассажир
водитель использует интуитивную форму p-доминирования. Это,
нечно, всего лишь грубое понимание того, что происходит в гол
водителя.

В рассматриваемой проблеме НИГ в интуитивной форме лежит в
нове человеческого решения. Это предполагает, что нет машины,
торая могла бы решить проблему, не используя механизм НИГ.
к это может быть сделано в деталях – сложная проблема, которая
ка окончательно не решена.

Задача «час-пик»

Другая проблема того же типа может быть названа задачей «час-
»

Эта задача может быть сформулирована в двух вариантах: (а)
комментариев и (б) – с комментариями.

В варианте без комментариев нам даются временные ряды, такие
к T_a : $\{15, 18, 21, 14, 20, 0, 0, 13, \ldots\}$ без дополнительной информа-
и, что представляют эти числа, и как они были получены. Вопросы
вятся следующие:

Является ли T_a результатом случайного эксперимента?

Если да, то что является пространством элементарных событий?
о является случайными величинами? Является ли T_a стационар-
м?

ная элементы T_a до $t = i$, можно ли оценить значение T_a в момент
1?

Вариант без комментариев не имеет решения ни человеческого,
машинного. В частности, обычная теория вероятности не дает
етов на поставленные вопросы. Тем не менее, существуют про-
аммы, которые получают из непрокомментированных временных
дов прогнозы. Может быть доказано, что такие прогнозы не под-
рждаются.

В варианте с комментариями временной ряд выглядит так:

$\{(\textit{Пн}, 15), (\textit{Вт}, 18), (\textit{Ср}, 21), (\textit{Чт}, 14), (\textit{Пт}, 20), (\textit{Сб}, 0), (\textit{Вс}, 0),$
$\textit{н}, 13), \ldots\}$ и имеет следующее значение: T_b представляет запись
емени, потраченного мной на проезд от дома до центра, начиная с
недельника 1 января 1996 года; 0 означает, что я не ездил в центр
тот день; в среду было дольше, так как шел дождь; обычно дольше

всего получается в пятницу, и т.д.

Предположим, что в среду 20 марта я должен оценить, какое
мя займет проезд до центра. Учитывая то, что в прошлую сред
марта дорога заняла 18 минут, и то, что 18 марта начались весе
каникулы, из-за чего время может незначительно сократиться,
оценка может быть такой: около 18 минут.

Суть этого примера в том, что задача имеет человеческое
шение, и рассуждения человека основаны на f-гранулированной
формации. Ни обычная теория вероятности, ни какая-то друга
тодология, не использующая механизм НИГ, не может дать ма
ного решения. Проблема тогда в развитии ТНИГ, которая м
моделировать пути, которыми человек гранулирует информац
рассуждает о ней. Предварительно это то, что мы пытались сде
в данной статье.

Заключительные замечания

Механизмы НИГ, особенно в форме лингвистических пере
ных. нечетких «Если-то» правил и нечетких графов сыграли з
тельную роль в приложениях нечеткой логики. Это не было п
стью осознано, однако, НИГ располагается в центре человеч
мышления и в центре нечеткой логики. С этим также связано т
нет методологии, отличной от нечеткой логики, в которой им
бы концептуальная схема и соответствующие методы для раб
задачами, в которых играет или может играть важную роль
В контексте таких задач путь, которым человек использует
для принятия рациональных решений в условиях неполного зн
неполной определенности и частичной истинности, может быт
смотрен как модель для создания искусственного интеллекта.

ТНИГ, контуры которой обрисованы в этой статье, бере
ществующий механизм НИГ из нечеткой логики и поднимае
на более высокий уровень обобщения, консолидирует его осн
открывает новые направления. В настоящее время ТНИГ, по
играет важную роль в эволюции нечеткой логики и вместе с

лениями со словами может при хороших обстоятельствах иметь
рокое применение в приложениях.

Список литературы

] Driankov D., Hellendoorn H., Reinfrank M. An Introduction to Fuzzy Control. Berlin: Spronger, 1993.

] Dubois D., Farger H., Prade H. Possibility theory in constraint satisfaction problems: Handling priority, preference and uncertainty // Applied Intelligence. 6 (1996). P. 287–309.

] Dubois D., Lang J., Prade H. Possibilistic Logic in: Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming. Vol. 3 / Gabbay D.M., Hogger C.J., Robinson J.A., Nute D. (Eds.). Oxford: Oxford Univ. Press, 1994. P. 439–513.

] Dubois D., Prade H. Fuzzy sets in approximate reasoning. Part I: Inference with possibility distribution. Part II: Logical approaches / with Lang J. // Fuzzy Sets and Systems. Vol. 40. 1991. Part I: P. 143–202. Part II: P. 203–244.

] Dubois D., Prade H. Putting rough sets and fuzzy sets together // Intelligent Decision Support – Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory / Slowinski R., Ed. Dordrecht: Kluwer, 1992. P. 203–232.

] Dubois D., Prade H., Yager R. (Hds.) Readings in Fuzzy Sets for Intelligent Systems. San Mateo: Morgan Kaufmann, 1993.

] Dubois D., Prade H., Yager R. (Hds.) Fuzzy Information Engineering, New York: Wiley, 1997.

] Goguen J.A. The logic of inexact concepts // Synthese. 19 (1969). P. 325–373.

] Jamshidi M., Vadiee N., Ross T. (Eds.) Fuzzy Logic and Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.

] Klir G., Yuan B. Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.

[11] Kosko B. Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical S tems Approach to Machine Intelligence. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1991.

[12] Kruse R., Gebhardt J., Klawonn F. Foundations of Fuzzy Syste New York: Wiley, 1994.

[13] Lee C.C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller. P I and II // IEEE Trans, Systems, Man Cybernet. 20 (1990). P. 4 418.

[14] Mamdani E.H., Gaines B.R. (Eds.) Fuzzy Reasoning and its Ap cations. London: Academic Press, 1981.

[15] Mares M. Computation Over Fuzzy Quantities. Boca Raton: C Press, 1994.

[16] Novak V. Fuzzy logic, fuzzy sets and natural languages // Inter J. General Systems. 20 (1). 1991. P. 83–97.

[17] Novak V., Ramik M., Cerny M., Nekola J. (Eds.) Fuzzy Appro to Reasoning and Decision-Making. Boston: Kluwer, 1992.

[18] Powlak Z. Rough sets // Internat, J. Comput. Inform. Sci. 11. 19 P. 341–356.

[19] Pedrycz W. Fuzzy Control and Fuzzy Systems. New York: Wi 1989.

[20] Terano T., Asai K., Sugeno M. Fuzzy systems Theory and its plications. New York: Academic Press, 1992.

[21] von Altrok C. Fuzzy Logic & Neurofuzzy Applications Explair Englewood, NJ: PTR Prentice-Hall, 1995.

[22] Wang L.-X. Adaptive Fuzzy Systems and Control Design Stabi Analysis. Englewood Cliffs, NJ: PTR Prentice-Hall, 1994.

[23] Yen J., Langari R., Zadeh L.A. (Eds.) Industrial Applications Fuzzy Logic and Intelligent Systems. New York: IEEE Press, 19

[24] Zadeh L.A. Fuzzy sets // Inform and Control. 8. 1965. P. 338–3

[25] Zadeh L.A. Shadows of fussy sets // Prob. Trans. Inform. 2. 19 P. 37–44.

] Zadeh L.A. Toward a theory of fuzzy systems // Kalman R.E., De-Clans N. (Eds.) Aspects of Network and System Theory. New York: Rinehart & Winston, 1971. P. 469–490.

] Zadeh L.A. Outline of a new approach to the analysis of complex system and decision processes // IEEE Trans. Systems, Man, Cybernet. 3. 1973. P. 28–44.

] Zadeh L.A. On the Analysis of Large Scale Systems // Gottinger H. (Ed.) Systems Approaches and Environment Problems. Gottingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1974. P. 23–37.

] Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning // Part I: Inform. Sci. 8. 1975. P. 199–249. Part II: Inform. Sci. 8. 1975. P. 301–357. Part III: Inform. Sci. 9. 1975. P. 43–80.

] Zadeh L.A. A fuzzy-algoritmic approach to the definition of complex or imprecise concepts // Internat, J. Man-Machine Stud. 8. 1976. P. 249–291.

] Zadeh L.A. Fuzzy Sets Information Granularity // Guptu M., Ragade R., Yager R. (Eds.) Advances in Fuzzy Set Theory and Applications. Amsterdam: North-Holland, 1979. P. 3–18.

] Zadeh L.A. Outline of a computational approach to meaning and knowledge representation based on a concept of a generalized assignment statement // Thoma M., Wyner A. (Eds.) Proc of the Internat, Seminar on Artificial Intelligence and Man-Machine Systems. Springer Heideborg, 1986. P. 198–211.

] Zadeh L.A. Outline of theory of usuality based on fuzzy logic // Jones A., Kaufmann A., Zimmerman H.J. (Eds.) Fuzzy Sets Theory and Applications. Dordrecht: Reidel, 1986. P. 79–97.

] Zadeh L.A. Fuzzy logic, neural networks and soft computing // Commun, ACM. 37 (3). 1994. P. 77–84.

] Zadeh L.A. Why the success of fuzzy logic is not paradoxical // IEEE Expert. 9 (4). 1994. P. 43–45.

[36] Zadeh L.A. Fuzzy logic and the calculi of fuzzy rules and fu
graphs // Multiple Valued Logic. 1. 1996. P. 1–38.

[37] Zadeh L.A. Fuzzy logic = computing with words // IEEE, Tra
and Fuzzy Systems. 4. 1996. P. 103–111.

[38] Zimmerman H.J. Fuzzy Set Theory and Its Applications. 3rd
Amsterdam: Kluwer-Nijhoff, 1996.

Ассоциативные нейронные сети. Эмпирическое моделирование сложных процессов

А. Иппа, М. Перуш

Обсуждается вопрос использования ассоциативных нейронных сетей для эмпирического моделирования и предсказания поведения сложных систем на основе общей синергетической модели Хакена и принципа максимума информационной энтропии. Кратко описан предложенный Хакеном подход к распознаванию образов с использованием этой модели. Показано, как на основе заданных ограничений на компоненты вектора состояния может быть сформирован ассоциатор общего вида, позволяющий восстанавливать неполные или поврежденные данные, удовлетворяющие системе наложенных ограничений.

В качестве примера рассматривается задача построения ассоциатора при заданных ограничениях на вторые моменты вектора состояния (линейного ассоциатора) с использованием сингулярного разложения матрицы данных. Приведены примеры использования линейного ассоциатора для диагностики сложной системы (компрессора в рабочем режиме) и предсказания временного ряда (среднемесячных показателей числа солнечных пятен).

Искусственная нейронная сеть может рассматриваться в общем
учае как модель сложной системы, которая состоит из множе-
на базисных элементов (формальных нейронов) и множества свя-
й (обычно называемых синаптическими) между ними. Причем как
ми нейроны, так и связи между ними обычно считаются одинако-
ми во всей сети.