

отображения лица; необходимо расширить набор визуализируемых эмоций и ввести дополнительные события, на которые реагирует мимическая система. Кроме того желательно разработать и реализовать уточненные модели обучаемого для более точного мимического отображения ситуации.

## Список литературы

- [1] Вашик К., Кудрявцев В.Б., Строгалов А.С. Проект IDEA. Dortmund: Link @ Link Software GmbH, 1995.
- [2] Кудрявцев В.Б., Вашик К., Алисейчик П.А., Перетрухин В.В., Строгалов А.С. Компьютерные интеллектуальные системы обучения // Компьютерные аспекты в научных исследованиях и учебном процессе. М.: изд-во МГУ, 1996.
- [3] Кудрявцев В.Б., Вашик К., Алисейчик П.А., Перетрухин В.В., Строгалов А.С. Об автоматном моделировании процесса обучения // Дискретная математика. 1996. Т. 8, Вып. 4.
- [4] Строгалов А.С. Компьютерные обучающие системы: некоторые проблемы их разработок // Вузовская педагогика в информационном обществе. М.: изд-во РГГУ, 1999.
- [5] Тимофеев Е.В. Интеграция языковых средств мимики в интеллектуальный человеко-машинный интерфейс // Интеллектуальные системы. М., 1998. Т. 3. Вып. 3–4.
- [6] Тимофеев Е.В. Трансформация мимики произвольного человеческого лица для задач интеллектуального человеко-машинного интерфейса // Интеллектуальные системы. М., 1999. Т. 4. Вып. 1–2.

## Автологическое моделирование процессов информационного взаимодействия

Ю.П. Шанкин

### 1. Введение

По классификации, предложенной в книге [1], тема данной работы относится к «романтической» голове трехголовой нелинейной науки, так как апеллирует к семантическим аспектам информационного обмена и связана, скорее, с постановкой вопроса о возможности автологического моделирования, нежели с описанием соответствующего аппарата. Отправным пунктом является тот факт, что при решении многих практических задач интерес представляет не столько объект наблюдения, сколько субъект, его представление об объекте и оценка этих представлений. Формирование представления об объекте может опираться, в том числе, и на процессы информационного взаимодействия с носителями ранее приобретенных знаний (обучение, дискуссия, любые формы содержательного информационного обмена), при отсутствии непосредственного контакта собственно с объектом первичного интереса, что является весьма типичной ситуацией для информационного общества.

Как отмечал Шенон, «семантические аспекты связи не имеют отношения к инженерным проблемам» [2]. В отличие от классического понятия информации (основанного на винеровской комбинации шенноновской статистической информации и большевикского вероятностного понимания термодинамики) содержательная информация может зависеть от наблюдателя и его интересов.

Включение субъекта в область моделирования – доселе традиционно психологический подход к вопросу – является отправным пунктом предложенной фон Фоэрстером так называемой теории кибернетики второго порядка, иначе кибернетики управляющих систем (или «кибернетики кибернетики») [3]. При этом большое значение Фоэрстер придает включению в сферу наблюдения не одного, а двух наблюдателей («It needs two to Tango») [4] в целях преодоления «слепой точки» (blind spot) самонаблюдения и распространения полученных знаний. Это, в свою очередь, приводит к необходимости включения процесса диалога в область моделирования в рамках данной теории. Подход Фоэрстера самым тесным образом переплетается с так называемым биологическим подходом, развитым в работах У. Матурана и Ф. Варела [5], базирующихся на понятии «аутопоietических систем» (autopoietic systems) как самовоспроизводящихся систем, замкнутых в операционном смысле, но открытых по своим информационным и энергетическим связям с внешним миром. В работах по кибернетике второго порядка понятие «аутопоietической системы» распространяется не только на биологические, но и на социальные структуры и дается определение «аутопоietической связи» (autopoietic communication) как особого вида (способа) самовоспроизведения [6]. При этом информация выступает как агент изменения (по определению Грегори Бейтсона, элементарной единицей информации является «различие, порождающее различие» [7]) и она так же воспроизводится (самовоспроизводится) в диалоге, обеспечивающем семантическое соединение (semantic connection).

В еще более непосредственном виде «организмический аспект» информации и вирусообразный характер ее распространения описывается в работах по миметике (memetics), берущих начало от гипотезы Р. Даукинса (Dawkins) [8, 9] о существовании «теме» как социального прототипа генов, являющегося единицей содержательных информационных трансмиссий между людьми. Вполне очевидна онтологическая связь миметики с учением Платона об автономном существовании архетипов (об архетипах, как о странных атракторах человеческой психики, см. в [10]) и с идеями П. Флоренского.

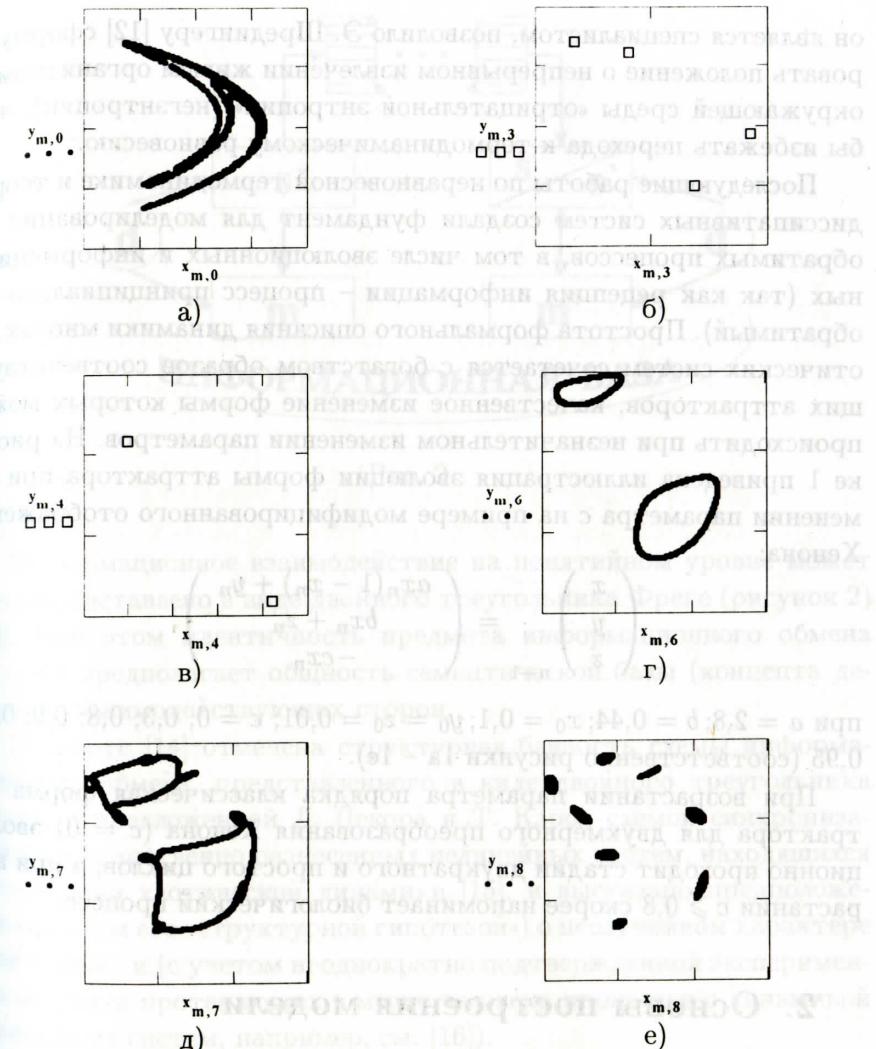


Рис. 1.  
живом слове, слове – семени и гомотипическом параллелизме (анатомически и функционально) в структуре тела человека [11]. Отступление от правила «noblesse oblige» (положение обязывает), предписывающего ученому только ту область повествования, в которой

он является специалистом, позволило Э. Шредингеру [12] сформулировать положение о непрерывном извлечении живым организмом из окружающей среды «отрицательной энтропии» (негэнтропии), чтобы избежать перехода к термодинамическому равновесию.

Последующие работы по неравновесной термодинамике и теории диссипативных систем создали фундамент для моделирования необратимых процессов, в том числе эволюционных и информационных (так как рецепция информации – процесс принципиально необратимый). Простота формального описания динамики многих хаотических систем сочетается с богатством образов соответствующих аттракторов, качественное изменение формы которых может происходить при незначительном изменении параметров. На рисунке 1 приведена иллюстрация эволюции формы аттрактора при изменении параметра  $c$  на примере модифицированного отображения Хенона:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} ax_n(1-x_n) + y_n \\ bx_n + z_n \\ -cx_n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

при  $a = 2,8; b = 0,44; x_0 = 0,1; y_0 = z_0 = 0,01; c = 0; 0,3; 0,8; 0,9; 0,94; 0,95$  (соответственно рисунки 1а – 1е).

При возрастании параметра порядка классическая форма аттрактора для двухмерного преобразования Хенона ( $c = 0$ ) эволюционно проходит стадии двукратного и простого циклов, а при возрастании  $c \geq 0,8$  скорее напоминает биологический процесс.

## 2. Основы построения модели

Базовым понятием для анализа механизма содержательного информационного обмена является так называемый «семантический треугольник» Фреге [13], включающий:

$s$  – имя (знак),

$d$  – денотат (предмет имени),

$m$  – концепт денотата (смысл, выражаемый именем).

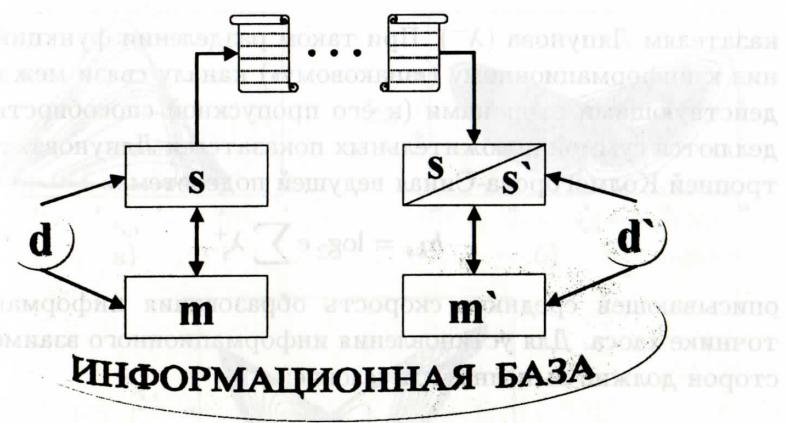


Рис. 2.

Информационное взаимодействие на понятийном уровне может быть представлено в виде двойного треугольника Фреге (рисунок 2) [14]. При этом идентичность предмета информационного обмена ( $d \sim d'$ ) предполагает общность семантической базы (концепта денотата) взаимодействующих сторон.

В работе [14] отмечена структурная близость схемы информационного обмена, представленного в виде двойного треугольника Фреге, с предложенной Л. Пекора и Т. Кэрол схемой синхронизации пространственно разнесенных нелинейных систем, находящихся в состоянии хаотической динамики [15], и высказано предположение (назовем его «структурной гипотезой») о неслучайном характере этой близости (с учетом неоднократно подтвержденной экспериментально связи протекающих в мозге человека процессов с динамикой нелинейных систем, например, см. [16]).

В этом случае аналогом носителя «знакового» ( $s$ ) информационного обмена является та часть декомпозируемой нелинейной системы (например, системы дифференциальных уравнений), которой отвечают положительные показатели Ляпунова ( $\lambda^+$ ), общность семантической базы (концепта денотата) взаимодействующих сторон характеризуется подсистемой, соответствующей отрицательным по-

казателям Ляпунова ( $\lambda^-$ ). При таком разделении функций требования к информационному («знаковому») каналу связи между взаимодействующими сторонами (к его пропускной способности  $k$ ) определяются суммой положительных показателей Ляпунова, то есть энтропией Колмогорова-Синая ведущей подсистемы:

$$h_{ks} = \log_2 e \sum \lambda_i^+, \quad (2)$$

описывающей среднюю скорость образования информации в источнике хаоса. Для установления информационного взаимодействия сторон должно выполняться условие:

$$k > h_{ks},$$

аналогичное требованию установления синхронизации ведомой и ведущей подсистем, находящихся в состоянии хаотической динамики [17].

Возможные различия в семантической базе (концепте денотата) взаимодействующих сторон могут приводить либо к искажениям в процессе интерпретации показателей знаковой информации, либо вовсе к потере осмысленного информационного обмена, что соответствует рассинхронизации соответствующих нелинейных систем. Эти процессы описываются подсистемами, характеризуемыми отрицательными показателями Ляпунова, ограничивающими объем соответствующих аттракторов в фазовом пространстве. Степень близости аттракторов передающей и приемной систем (отвечающая идентичности восприятия информации, получаемой рецептором, содержанию, заложенному в сообщение его автором) структурно может быть дифференцирована на:

- «генетическую близость», характеризующую общность задающей системы дифференциальных уравнений, описывающих передающую и приемную системы;
- «топологическую близость», характеризующую подобие формы (образа) соответствующих аттракторов;
- «динамическую близость», характеризующую степень фазовой синхронизации передающей и приемной систем.

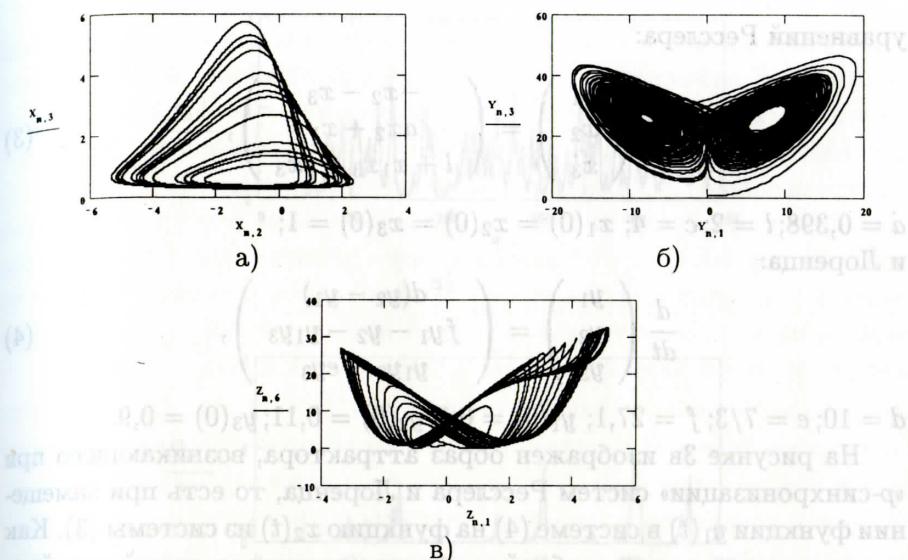


Рис. 3.

Каждое из введенных понятий близости связано с двумя другими неоднозначным образом (форма аттракторов может качественно отличаться при общей структуре задающих дифференциальных уравнений, в свою очередь синхронизация возможна для систем с различной топологией аттракторов).

В случае «навязанной» синхронизации разностных систем по алгоритму, предложенному в упомянутой выше работе [15] (назовем это «р-синхронизацией»), существование устойчивого образа у ведомой системы возможно и при качественном различии «генетической» структуры передающей и приемной систем. При этом образ синтезированного аттрактора может отличаться от образов передающей и приемной систем при их автономном существовании, то есть происходит своего рода «мутация», приводящая к возникновению нового образа. В качестве примера на рисунках 3а и 3б приведены хорошо известные аттракторы типа «шляпы» и типа «бабочки» соответственно, для систем нелинейных дифференциальных

уравнений Ресслера:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_2 - x_3 \\ ax_2 + x_1 \\ l + x_1 x_3 - cx_3 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$a = 0,398; l = 2; c = 4; x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1;$

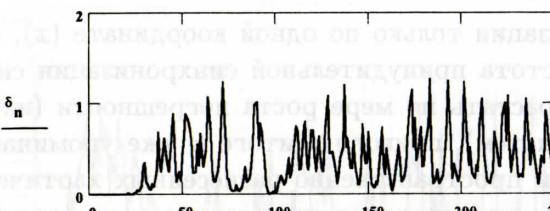
и Лоренца:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d(y_2 - y_1) \\ fy_1 - y_2 - y_1 y_3 \\ y_1 y_2 - ey_3 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

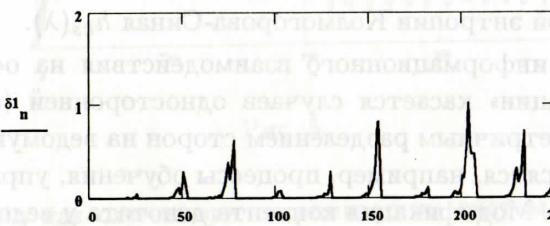
$d = 10; e = 7/3; f = 27,1; y_1(0) = 0,1; y_2(0) = 0,11; y_3(0) = 0,9.$

На рисунке 3в изображен образ аттрактора, возникающего при «р-синхронизации» систем Ресслера и Лоренца, то есть при замещении функции  $y_1(t)$  в системе (4) на функцию  $x_2(t)$  из системы (3). Как видно, в результате подобной «мутации» возникает новый устойчивый образ, несущий определенные черты образов аттракторов взаимодействующих систем, но не совпадающий с ними, что в рамках вышеназванной «структурной гипотезы» может интерпретироваться как возникновение нового содержания при информационном взаимодействии («р-синхронизации») сторон с различными концептами денотата.

В определенных условиях временная синхронизация систем возможна при отсутствии прямого информационного взаимодействия. К этому, в частности, примыкает понятие рефлексивного управления [18], которое может быть интерпретировано как сохранение синхронизации пространственно разнесенных невзаимодействующих «генетически подобных» систем на ограниченных временных отрезках при условии высокой степени близости рассматриваемых систем в начальный момент времени, обеспечивающей правильное представление со стороны управляющей системы о состоянии управляемой системы. Вместе с тем, даже сколь угодно небольшие различия в исходных данных приводят, как известно, к разбеганию траекторий в фазовом пространстве, в силу чего длительное функционирование механизма рефлексивного управления требует периоди-



а)



б)

Рис. 4.

ческой принудительной синхронизации путем выравнивания состояний обеих систем (иначе говоря – проведения регламентированных управлений «оперативок», или, на языке психологов, передачи оснований для принятия решений [18]). Так, на рисунке 4а приведена динамика изменения расстояния между двумя траекториями, отвечающими классическому отображению Хенона (описываемому системой уравнений (1) при  $c = 0$ ) и отличающимися лишь начальными данными  $|x_0 - x'_0| \sim 10^{-5}$ . Несмотря на незначительные различия, синхронное поведение сохраняется, как видно из рисунка, лишь на первых, примерно 30-ти циклах, после чего в фазовом пространстве траектории разбегаются. На рисунке 4б приведена та же зависимость, что и на рисунке 4а, но при условии принудительной синхронизации (с погрешностью  $\sim 10^{-5}$ ) значений системы на каждом 30-м цикле. Аналогичный результат имеет место и в случае принудитель-

ной синхронизации только по одной координате ( $x$ ), но с большей частотой. Частота принудительной синхронизации системы должна также возрастать по мере роста погрешности (или различий в параметрах систем), приводя в итоге к уже упоминавшейся схеме синхронизации пространственно разнесенных хаотических систем. Таким образом, рефлексивное управление можно рассматривать как частный случай «*p*-синхронизации» при ограниченном использовании канала управления (или его низкой пропускной способности  $k$ ), что возможно лишь в случае высокой степени близости рассматриваемых систем и малой энтропии Колмогорова-Синая  $h_{ks}(\lambda)$ .

Описание информационного взаимодействия на основе модели «*p*-синхронизации» касается случаев односторонней (симплексной) связи с асимметричным разделением сторон на ведомую и ведущую. К этому относятся, например, процессы обучения, управления, пропаганды и т.д. Модификация концепта денотата у ведомой стороны в этом случае возможна как следствие адекватного восприятия направленного информационного воздействия ведущей стороны, что является весьма существенным фактором в процессах агитации и информационного противоборства. Эта модификация может быть результатом параметрической адаптации «ученика» (ведомой стороны) к «учителю» (ведущей стороне). Конкретный вид критерия адаптации соответствующих метрических отношений может быть различным и зависит от собственных интересов и возможностей «ученика».

В качестве иллюстрации может быть рассмотрен рисунок 5, на котором приведена динамика изменения расстояния (в зависимости от числа циклов  $n$ ) между различными траекториями применительно к модифицированному отображению Хенона (1). Верхняя сплошная кривая на рисунке характеризует разбегание (в фазовом пространстве) траекторий, относящихся к системе (1) с различающимися начальными начальными данных и отдельных параметров:

- (A)  $a = 2,8; b = 0,44; c = 0,88; x_0 = 0,1; y_0 = z_0 = 0,01$ ;
- (B)  $a = 2,9; b = 0,47; c = 0,8; x_0 = 0,11; y_0 = z_0 = 0,01$ .

Нижняя кривая на участке  $n \in [0; 100]$  характеризует ту же зв-

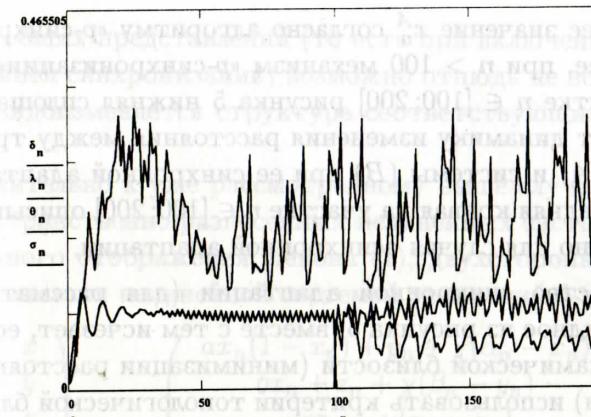


Рис. 5.

вимость, но для случая «*p*-синхронизации» систем по алгоритму [15]. Эта кривая описывает динамику изменения расстояния между траекториями «ведущей» системы (A) и «синтезированной» системы (C), отвечающей набору параметров «ведомой» системы (B), но при замещении в ней значений  $\{x_n\}$  соответствующими значениями из ведущей системы (A). Дальнейшая адаптация «ведомой» системы к «ведущей» может происходить следующим образом. После первых пятидесяти циклов, в ходе которых завершается переходный процесс синхронизации систем (A) и (C), на участке  $(50 \leq n \leq 100)$  осуществляется выбор оптимального значения параметра порядка  $a$  системы (C) (синхронная оптимизация) или системы (B) (асинхронная оптимизация), минимизирующего соответствующие максимальные метрические отклонения:

$$\begin{cases} \rho^{AC} = \min_a \max_n |x_n^A - x_n^C| \\ \rho^{AB} = \min_a \max_n |x_n^A - x_n^B| \end{cases}, \quad (5)$$

где  $x_n^{A,B,C} = \{x_n\}_{50+100}$  для соответствующих систем (A), (B) и (C). (В случае системы (C) в каждом цикле  $50 \leq n \leq 100$  значение  $x_n^C$  существует, но при расчете последующего цикла замещается на со-

ответствующее значение  $x_n^A$  согласно алгоритму «р-синхронизации» систем). Далее, при  $n > 100$  механизм «р-синхронизации» прерывается. На участке  $n \in [100; 200]$  рисунка 5 нижняя сплошная кривая характеризует динамику изменения расстояния между траекториями системы (A) и системы (B) при ее синхронной адаптации к системе (A). Средняя кривая на участке  $n \in [100; 200]$  описывает ту же зависимость, но для случая асинхронной адаптации.

Преимущество синхронной адаптации (для рассматриваемого случая), очевидное из рисунка 5, вместе с тем исчезает, если вместо критерия динамической близости (минимизации расстояния между траекториями) использовать критерий топологической близости соответствующих аттракторов (структура аттрактора адаптивной системы при асинхронной адаптации качественно соответствует аттрактору системы (A), изображенном на рисунке 1г, в то время как в случае синхронной адаптации имеет место простой цикл, типа изображенного на рисунке 1в). Характер выводов изменяется также при замене минимаксной метрики (5) на среднеквадратическую и т.д. Множественность возможных подходов к вопросам взаимной адаптации взаимодействующих хаотических систем отвечает, в рамках принятой выше «структурной гипотезы», неоднозначности возможной интерпретации информационных сообщений и соответствующих выводов, влияющих на процессы самоорганизации приемной (ведомой) стороны. Повторение (воспроизведение) формы аттракторов при прекращении непосредственного взаимодействия («р-синхронизации») ведомой и ведущей систем может служить также иллюстрацией отдельных положений миметики относительно механизма распространения идей, мнений, слухов и т.д. [19].

Помимо односторонней синхронизации устойчивых неравновесных динамических систем существует механизм двухсторонней синхронизации (описанный, например, в [20]), отвечающий в рамках «структурной гипотезы» процессам диалога и взаимной адаптации взаимодействующих систем друг к другу. В этом случае меняется концепт денотата обеих взаимодействующих сторон. Однако, если он изначально был различен у участников диалога, устойчивое существо-

ствование общих представлений (то есть при включении механизма двухсторонней синхронизации) возможно отнюдь не всегда, так как при этом видоизменяется структура соответствующих нелинейных систем.

Применительно к уже рассмотренному выше случаю взаимодействия пространственно разнесенных нелинейных систем типа модифицированного отображения Хенона (1), двухсторонняя синхронизация описывается нелинейной системой уравнений 6-го порядка:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} ax_n(1 - x_n) + y_n + \chi(\alpha_n - x_n) \\ bx_n + z_n + \chi(\beta_n - y_n) \\ -cx_n + \chi(\gamma_n - z_n) \\ d\alpha_n(1 - \alpha_n) + \beta_n + \chi(x_n - \alpha_n) \\ -e\alpha_n + \gamma_n + \chi(y_n - \beta_n) \\ -f\alpha_n + \chi(z_n - \gamma_n) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где:

переменные  $x, y, z$  и параметры  $a, b, c$  относятся к первой системе; переменные  $\alpha, \beta, \gamma$  и параметры  $d, e, f$  относятся ко второй системе. Параметр  $\chi$  характеризует степень взаимосвязанности обеих систем, и для гарантированного обеспечения их двухсторонней синхронизации должно выполняться условие [20]

$$\chi > \frac{\lambda_{\max}^+}{2}, \quad (7)$$

где  $\lambda_{\max}^+$  – максимальный положительный показатель Ляпунова в обеих рассматриваемых системах. Вместе с тем, при возрастании параметра  $\chi$  увеличивается степень возмущения первоначальных нелинейных систем, что создает предпосылки для нарушения условий существования устойчивых решений (аттракторов). Таким образом, условие существования «общей платформы» взаимодействующих (дискутирующих) систем накладывает ограничения на максимальную скорость «производства информации», определяемую значением энтропии Колмогорова-Синая (2).

На рисунке 6а в качестве примера приведены аттракторы неизвестных взаимодействующих систем (при значении параметра взаимосвязи

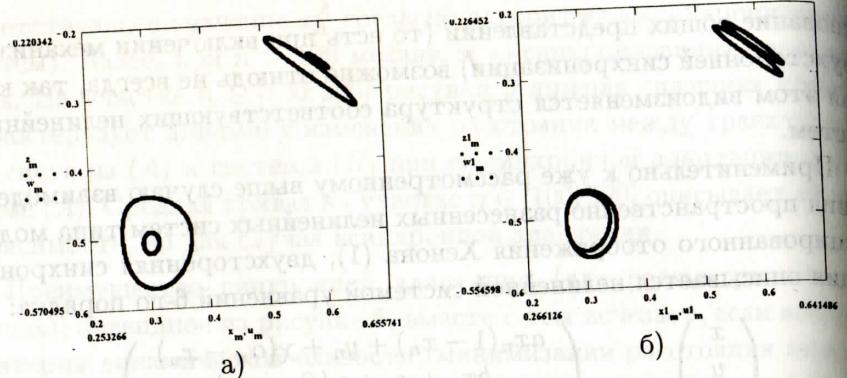


Рис. 6.

$\chi = 0$ ; при этом большие фигуры отвечают первой системе, а меньшие – второй), а на рисунке бб – при значении параметра взаимосвязи  $\chi = 0,033$ . Расчеты проведены при следующих значениях параметров:

$$a = d = 2,8; b = e = 0,44; c = 0,85; f = 0,87;$$

$$x_0 = 0,11; \alpha_0 = 0,12;$$

$$y_0 = z_0 = \beta_0 = \gamma_0 = 0,1.$$

Сближение «позиций» взаимодействующих сторон в данном случае очевидно, хотя значение параметра взаимосвязи не удовлетворяет условию гарантированного обеспечения синхронизации (7), так как максимальное значение параметра Ляпунова в данном случае превышает 0,15, что свидетельствует о некоторой избыточности этого условия (следует помнить, что факт существования положительных показателей Ляпунова в нелинейной системе является необходимым, но недостаточным условием возникновения хаотического поведения). Вместе с тем, дальнейшее увеличение параметра  $\chi$  в системе (6) приводит к потере устойчивости ее поведения и, соответственно, исчезновению аттрактора.

В заключение необходимо отметить, что изложенные в работе результаты носят иллюстративный характер и базируются на сформированном в работе [14] предположении о неслучайном характе-

ре близости структур информационного семантического взаимодействия и синхронизации пространственно разнесенных нелинейных систем. Кроме того, какие-либо строгие выводы на основе модельных расчетов (в рамках «структурной гипотезы») также вряд ли пока возможны из-за сложности теоретического анализа взаимосвязанных нелинейных систем в общем случае. Систематическое изучение и более детальное рассмотрение поднятых вопросов является предметом дальнейших исследований.

### Список литературы

- [1] Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. М.: Наука, 1997.
- [2] Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication // The Bell Sys. Jurnal. 1948. P. 370–423.
- [3] Von Foerster H. «Cybernetics of Cybernetics» in Communication and Control in Society. N.Y.: K.Krippendorff, 1979. P. 5–8.
- [4] Von Foerster H. Ethics and Second-order Cybernetics // Cybernetics and Human Knowing. 1992. V. 1. №1. P. 9–18.
- [5] Maturana H., Varela F. The Tree of Knowledge – The Biological Roots of Human Understanding. Boston: Shambala Publications, 1987.
- [6] Minai A.S., Emergence, a Domain where the Distinction between Conception in Arts and Sciences is meaningless // Cybernetics and Human Knowing. 1995. V. 3. №3. P. 25–39.
- [7] Bateson G. Steps to an ecology of Mind. Paladin. Frogmore, St.Albans, 1973.
- [8] Dawkins R. The Selfish Gene. Oxford University Press, 1976.
- [9] Dawkins R., Dennett D. The Extended Phenotype. The Long Reach of the Gene. Oxford Press, 1999.
- [10] Abraham F. Toward a dynamic theory of the psyche // Psychological Perspectives. 1989. 20. P. 156–166.

- [11] Флоренский П.А. Мысль и язык // У водоразделов мысли. М., 1990. С. 107–338.
  - [12] Шредингер Э. Что такое жизнь с точки зрения физики. М.: Атомиздат, 1972.
  - [13] Фреге Г. Смысл и денотат // Семиотика и информатика. 1997. №8. С. 181–210.
  - [14] Шанкин Ю.П. Семантическое взаимодействие на основе алгоритмов динамического хаоса // Интеллектуальные системы. 1997. Т. 2. Вып. 1–4. С. 79–89.
  - [15] Pecora L.M., Carall T.L. Synchronization in Chaotic Systems // Phys. Rev. Lett. 1990. №8. P. 821–824.
  - [16] Осовец С.М., Гинзбург Д.А., Гурфинкель В.С. и др. Успехи физических наук. 1983. Т. 141. №1. С. 103.
  - [17] Дмитриев А.С., Старков С.О. Передача информации с использованием хаоса и классическая теория информации // Зарубежная радиоэлектроника. 1998. №11. С. 4–11.
  - [18] Лефевр В.А. Конфликтующие структуры. М.: Сов. радио, 1973.
  - [19] Brodie R. Virus of the Mind: The New Science of the Meme. NY, 1995.
  - [20] Alligood K.T., Sauer T.D., Yorke Y.A. Chaos. An Introduction to dynamical systems. Springer, 1996.

## Часть 3.

# Математические модели