Об изменении длины минимальной склейки при алфавитных неисправностях

П. С. Дергач[1] , Н. С. Ботирова[2]

Целью данной статьи является исследование характера изменения минимальной длины склейки для алфавитного кодирования при различных типах неисправностей в схемах. Рассматриваются три вида операций: удаление, добавление и замена одной буквы. Основной вопрос, изучаемый в работе, заключается в оценке того, во сколько раз может измениться длина минимальной склейки после выполнения каждой из указанных операций. В результате исследования был найден критерий сохранения свойства неоднозначности в терминах схемы кодирования, а также получены верхние и нижние оценки на скорость изменения длины минимальной склейки в каждом из трех случаев. Данные оценки являются важным практическим инструментом для проектирования алфавитных кодировок с учетом возможных неисправностей в схемах.

Ключевые слова: алфавитное кодирование, минимальная склейка, схема кодирования, алфавитное декодирование.

Введение

Данная статья продолжает исследование в области теории алфавитного кодирования. Подробнее об этом направлении можно прочитать в работах [1-3]. В данной статье рассмотрена задача об изменении длины минимальной склейки при алфавитных неисправностях. Конкретнее, речь идет о характере изменения минимальной длины склейки для алфавитного кодирования в случае, когда в элементарных кодах схемы кодирования происходят операции добавления, удаления или замены одной буквы. В статье представлены результаты исследования данной задачи, получен критерий сохранения свойства неоднозначности в терминах схемы кодирования, а также приведены оценки сверху и снизу на относительную скорость изменения минимальной длины склейки для таких

[1] *Дергач Пётр Сергеевич* — к.ф.-м.н., м.н.с. каф. математической теории интеллектуальных систем мех.-мат. ф-та МГУ, e-mail: dergachpes@gmail.com.

Dergach Peter Sergeevich — Ph.D., junior researcher, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

[2] *Ботирова Наргизахон Санжар кизи* — выпускник Филиала МГУ имени М. В. Ломоносова в городе Ташкенте, e-mail: nargiza07082002@gmail.com.

Botirova Nargizakhon Sanjar qizi — Graduate of the M. V. Lomonosov Moscow State University Branch in Tashkent.

неисправностей. Также задача исследована для трех случаев длины минимальной склейки – сумма длин прообразов, максимум длины прообраза, длина образа.

Основные определения и результаты

Большая часть определений из этого раздела взята из [4-6].
Пусть A – непустой конечный алфавит. Его элементы называем *буквами*. Конечные последовательности букв называем *словами*. *Длиной слова* α называем количество букв в этом слове с учетом кратности и обозначаем его $|\alpha|$. Множество всех слов в алфавите A обозначаем через A^*.

Пусть $\alpha = \beta^k$, где β^k – k раз повторенное слово β. Тогда называем β *измельчением* слова α. Пару слов α_1, α_2 называем *соизмеримой*, если у них есть общее измельчение.

Зафиксируем два конечных непустых алфавита A и B. Пусть есть какое-то отображение $f : A- > B^* \setminus \{\lambda\}$:

$$f(\alpha_1) = \beta_1,$$

$$f(\alpha_2) = \beta_2,$$

$$...$$

$$f(\alpha_r) = \beta_r.$$

Это отбражение называется *схемой алфавитного кодирования из алфавита A в алфавит B*. Слова β_i называем *элементарными кодами*. Множество всех схем алфавитного кодирования из алфавита A в алфавит B обозначаем $F(A, B)$.

Пусть f – схема алфавитного кодирования. Доопределим отображение f до отображения $\tilde{f} : A^*- > B^*$ следующим образом:

$$\tilde{f}(A) = A,$$

$$\tilde{f}(\alpha_{i1}\alpha_{i2}...\alpha_{in}) = \beta_{i1}\beta_{i2}...\beta_{in}.$$

Отображение $\tilde{f}$ называем *алфавитным кодированием из алфавита A в алфавите B*.

Склейкой для функции алфавитного кодирования $\tilde{f}$, порожденной схемой f, называем пару (α, β) различных слов α, $\beta \in A^*$ такую, что $\tilde{f}(\alpha)= \tilde{f}(\beta)$. Множество всех склеек для f обозначаем через $U(f)$.

Пусть $\tilde{f}$ – функция алфавитного кодирования. Для произвольной склейки $M = (\alpha, \beta) \in U(f)$ обозначаем через $l_1(M)$ сумму длин слов α, β, через $l_2(M)$ – максимум из этих длин, а через $l_3(M)$ – длину общего кода.

Минимальной склейкой первого типа для функции алфавитного кодирования $\tilde{f}$ называем склейку M с минимальным значением $l_1(M)$. Соответствующее значение называем размером первого типа и обозначаем его через $T_1(\tilde{f})$.

Минимальной склейкой второго типа для функции алфавитного кодирования $\tilde{f}$ называем склейку M с минимальным значением $l_2(M)$. Соответствующее значение называем размером второго типа и обозначаем его через $T_2(\tilde{f})$.

Минимальной склейкой третьего типа для функции алфавитного кодирования $\tilde{f}$ называем склейку M с минимальным значением $l_3(M)$. Соответствующее значение называем размером третьего типа и обозначаем его через $T_3(\tilde{f})$.

Пусть f_1 и f_2 – схемы алфавитного кодирования. Будем говорить, что f_2 получена из f_1 *путем единичной неисправности первого типа*, если f_2 образована из f_1 разовой заменой одной буквы в одном элементарном коде.

Пусть f_1 и f_2 – схемы алфавитного кодирования. Будем говорить, что f_2 получена из f_1 *путем единичной неисправности второго типа*, если f_2 образована из f_1 разовым добавлением одной буквы в одном элементарном коде.

Пусть f_1 и f_2 – схемы алфавитного кодирования. Будем говорить, что f_2 получена из f_1 *путем единичной неисправности третьего типа*, если f_2 образована из f_1 разовым удалением одной буквы в одном элементарном коде.

Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Называем такую схему *монотипной*, если $f(a)$ и $f(b)$ состоят только из нулей или только из единиц.

Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Пусть $f_1 \in F(A, B)$ получено из f единичной неисправностью любого из трех типов. Если при этом $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые, то говорим, что *данная единичная неисправность сохранет свойство однозначности.*

Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Пусть $f_1 \in F(A, B)$ получено из f единичной неисправностью типа i, где $i \in \{1, 2, 3\}$. Если при этом $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые, то *скоростью изменения длины склейки при данном типе неисправности* называем значение $\frac{T_i(\tilde{f}_1)}{T_i(\tilde{f})}$.

Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $f \in F(A, B)$ и $n \in \mathbf{N}$, причем $|f(a)|, |f(b)| \le n$. Класс таких схем обозначаем через $F_n(A, B)$.

Утверждение 1. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Тогда для f не существует единичных неисправностей первого типа, сохраняющих неоднозначность.

Утверждение 2. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Тогда для единичных неисправностей второго и третьего типов свойство сохранения неоднозначности возможно тогда и только тогда, когда f монотипна.

Утверждение 3. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $f \in F(A, B)$. И пусть схема f_1 получена из f единичной неисправностью второго типа, причем $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые. Тогда верны следующие оценки:

$$\frac{1}{2}T_1(\tilde{f}) \leq T_1(\tilde{f}_1) \leq 2T_1(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_2(\tilde{f}) \leq T_2(\tilde{f}_1) \leq 2T_2(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_3(\tilde{f}) < T_3(\tilde{f}_1) \leq \frac{5}{2}T_3(\tilde{f}).$$

Утверждение 4. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $f \in F(A, B)$. И пусть схема f_1 получена из f единичной неисправностью третьего типа, причем $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые. Тогда верны следующие оценки:

$$\frac{1}{2}T_1(\tilde{f}) \leq T_1(\tilde{f}_1) \leq 2T_1(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_2(\tilde{f}) \leq T_2(\tilde{f}_1) \leq 2T_2(\tilde{f}),$$

$$\frac{2}{5}T_3(\tilde{f}) \leq T_3(\tilde{f}_1) < 2T_3(\tilde{f}).$$

Вспомогательные утверждения

Лемма 1. Пусть $A = (a, b)$ и B – конечный алфавит. Тогда для произвольной схемы алфавитного кодирования $f \in F(A, B)$ множество $U(f)$ непусто если и только если $f(a)$ и $f(b)$ соизмеримы.

Доказательство. Пусть $f(a) = \alpha^k$ и $f(b) = \alpha^m$, тогда $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba)$. Значит $U(f)$ непусто. Обратно, пусть $U(f)$ непусто. Докажем индукцией по сумме длин k элементарных кодов $f(a)$ и $f(b)$, что они соизмеримы. База индукции $k = 2$. Тогда $f(a)$ и $f(b)$ состоят из одной буквы и очевидно, что склейка возможна тогда и только тогда, когда $f(a) = f(b)$. Переход индукции $k- > k + 1$. Пусть $(\alpha_1, \alpha_2) \in U(f)$, то есть выполнено $\tilde{f}(\alpha_1) = \tilde{f}(\alpha_2)$. Будем считать, что первые буквы α_1, α_2 различны, так как иначе их можно было бы выкинуть, сохранив свойство склейки. Без ограничения общности, α_1 начинается на a и α_2 начинается на b и длина $f(a)$ не превосходит длины $f(b)$. Тогда $f(a)$ является собственным началом $f(b)$, то есть $f(b) = f(a)\beta$ для некоторого $\beta \in A^*$. Тогда мы можем представить $f(\alpha_1)$ и $f(\alpha_2)$ как последовательности слов $f(a)$ и β. Эти последовательности по прежнему различны, так как одна из них начинается на $f(a)\beta$, а другая – на $f(a)f(a)$. Таким образом, мы построили склейку для кодирования $f_1(a) = f(a)$, $f_1(b) = \beta$. По предположению индукции получаем, что $f(a)$ и β соизмеримы. Значит соизмеримы и $f(a), f(b)$. Переход доказан.

Лемма 2. Если слова v_1^k и v_2^m соизмеримы, то соизмеримы будут и слова v_1, v_2.

Доказательство. Рассмотрим схему алфавитного кодирования, в которой $f(a) = v_1$ и $f(b) = v_2$. Так как выполнена цепочка равенств $\tilde{f}(a^k b^m) = v_1^k v_2^m = v_2^m v_1^k = \tilde{f}(b^m a^k)$, то по Лемме 1 получаем, что v_1 и v_2 соизмеримы. Лемма 2 доказана.

Лемма 3. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$ – монотипная склейка, в которой $f(a) = 0^k$, $f(b) = 0^m$. Тогда $T_3(\tilde{f})$ или равно $\max(k, m)$ или равно $k + m$.

Доказательство. Без ограничения общности, считаем, что $k \geq m$. Если k делится на m, то очевидно, что минимальным образом склейки будет являться слово 0^k. Если же k не делится на m нацело, то докажем, что минимальным образом склейки будет слово 0^{k+m}. В самом деле, возьмем произвольную склейку вида $\tilde{f}(\alpha) = \tilde{f}(\beta)$, $\alpha \neq \beta$. Если хоть одно из слов α, β содержит в себе хотя бы по одной букве a и хотя бы по одной букве b, то утверждение очевидно. В противном случае, оба этих слова состоят только из a или только из b, причем одно из них – из a, а другое – из b. Но чтобы длина склейки была меньше $k + m$, букву a можно взять только один раз, что невозможно, когда k не делится на m нацело. Осталось заметить, что $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba) = 0^{k+m}$. Лемма доказана.

Доказательство основных утверждений

Утверждение 1. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Тогда для f не существует единичных неисправностей первого типа, сохраняющих неоднозначность.

Доказательство. Докажем утверждение от противного. Пусть есть единичная неисправность первого типа, сохраняющая неоднозначность. Тогда в силу Леммы 1 $f(a)$ и $f(b)$ соизмеримы, то есть $f(a) = \nu^k$ и $f(b) = \nu^m$. Без ограничения общности, будем считать, что замена произошла со словом $f(a)$. Тогда новое слово $f'(a)$, опять же в силу Леммы 1, будет соизмеримо с $f(b)$. Но в силу Леммы 2 отсюда получаем, что $f(a)$ и $f'(a)$ соизмеримы. Это могло бы быть возможно только, если $\nu = 0$ или $\nu = 1$. Но даже в этом случае замена нарушает свойство соизмеримости. Утверждение доказано.

Утверждение 2. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$ и $f \in F(A, B)$. Тогда для единичных неисправностей второго и третьего типов свойство сохранения неоднозначности возможно тогда и только тогда, когда f монотипна.

Доказательство. Пусть $f-$ монотипна, то есть $f(a) = 0^k$ и $f(b) = 0^m$. Тогда удаление или добавление 0 в $f(a)$ очевидно сохраняет свойство неоднозначности.

Обратно, пусть при добавлении буквы в схему f сохранилось свойство неоднозначности. По Лемме 1 получаем, что в этой схеме слова $f(a)$ и $f(b)$ соизмеримы. Без ограничения общности, будем считать, что буква добавлена в слово $f(a)$ и получилось слово $f'(a)$. Тогда опять же по Лемме 1, $f'(a)$ и $f(b)$ соизмеримы. Тогда по Лемме 2 соизмеримы и слова $f(a)$, $f'(a)$. Но это возможно только если $f(a) = 0^k$ (или $f(a) = 1^k$). Значит f – монотипна.

Для удаления буквы утверждение доказывается аналогично.

Утверждение доказано.

Утверждение 3. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $f \in F(A, B)$. И пусть схема f_1 получена из f единичной неисправностью второго типа, причем $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые. Тогда верны следующие оценки:

$$\frac{1}{2}T_1(\tilde{f}) \leq T_1(\tilde{f}_1) \leq 2T_1(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_2(\tilde{f}) \leq T_2(\tilde{f}_1) \leq 2T_2(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_3(\tilde{f}) < T_3(\tilde{f}_1) \leq \frac{5}{2}T_3(\tilde{f}).$$

Доказательство. В силу Утверждения 2 сохранение свойства неоднозначности при единичной несипправности второго типа возможно только если f монотипна, то есть без ограничения обшности, $f(a) = 0^k$ и $f(b) = 0^m$. Без ограничения общности, считаем, что $k \geq m$.

Разберемся сначала с оценкой T_1, то есть случаем, когда длина склейки - сумма длин входных слов. После единичной неисправности второго типа в одном из слов $f(a)$ и $f(b)$ необходимо добавить 0. При этом новая схема f_1 обязательно содержит склейку $\tilde{f}_1(ab) = \tilde{f}_1(ba)$ длины 4. Длина исходной склейки не меньше 2. Поэтому длина минимальной склейки после неисправности не могла вырасти более чем в 2 раза. С другой стороны, исходная схема f тоже имела склейку $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba)$ длины 4. Значит длина минимальной склейки для этой схемы не больше 4. А новая схема будет иметь склейку длины не меньше чем 2. Поэтому длина новой склейки не могла уменьшиться более чем в 2 раза.

Теперь докажем утверждение для оценки T_2, то есть случая, когда длина склейки - максимум из длин входных слов. Абсолютно аналогично, после едичной неисправности второго типа в одном из слов $f(a)$ и

$f(b)$ необходимо добавить 0. При этом новая схема f_1 обязательно содержит склейку $\tilde{f}_1(ab) = \tilde{f}_1(ba)$ длины 2. Длина исходной склейки не меньше 1. Поэтому длина минимальной склейки после неисправности не могла вырасти более чем в 2 раза. С другой стороны, исходная схема f тоже имела склейку $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba)$ длины 2. Значит длина минимальной склейки для этой схемы не больше 2. А новая схема будет иметь склейку длины не меньше чем 1. Поэтому длина новой склейки не могла уменьшиться более чем в 2 раза.

Переходим к доказательству утверждения для оценки T_3, то есть случая, когда длина склейки - длина общего кода. Абсолютно аналогично, после единичной неисправности второго типа в одном из слов $f(a)$ и $f(b)$ необходимо добавить 0. Разберем сначала случай, когда k делится на m нацело. Тогда по Лемме 3 $T_3(f) = k$ и $T_3(\tilde{f}_1)$ может быть равно или $k+1$, или k, или $k+m+1$. В самом худшем случае длина склейки могла вырасти не более чем в $\frac{k+m+1}{k} \leq \frac{2k+1}{k}$ раз. При $k = 1$ получаем $f(a) = f(b) = 0$ и $T_3(\tilde{f}_1) = 2$. Если же $k > 1$, то $\frac{2k+1}{k} \leq \frac{5}{2}$. Кроме того, очевидно, что $T_3(\tilde{f}_1) \geq k = T_3(\tilde{f})$ и значит в любом случае длина склейки уменьшиться не может. Разберем теперь случай, когда k не делится нацело m. Тогда по Лемме 3 $T_3(f) = k + m$ и $T_3(\tilde{f}_1)$ может быть равно или $k + 1$, или k, или $k + m + 1$. В самом худшем случае длина склейки могла вырасти не более чем в $\frac{k+m+1}{k+m} \leq \frac{4}{3}$ раз, так как случай $k = m = 1$ не подходит. Аналогично, в самом худшем случае длина склейки могла уменьшиться не более чем в $\frac{k+m}{k} \leq \frac{2k-1}{k} < 2$ раз.

Утверждение доказано.

Замечание 1. Оценки из Утверждения 3 в общем случае не улучшаемы. В самом деле, верхняя оценка для T_1 достигается для случая, когда $f(a) = 00$, $f(b) = 00$, $f_1(a) = 00$, $f_1(b) = 000$. Нижняя оценка для T_1 достигается для случая, когда $f(a) = 000$, $f(b) = 00$, $f_1(a) = 000$, $f_1(b) = 000$. Верхняя оценка для T_2 достигается для случая, когда $f(a) = 0$, $f(b) = 0$, $f_1(a) = 00$, $f_1(b) = 0$. Нижняя оценка для T_2 достигается для случая, когда $f(a) = 00$, $f(b) = 0$, $f_1(a) = 0$, $f_1(b) = 0$. Верхняя оценка для T_3 достигается для случая, когда $f(a) = 00$, $f(b) = 00$, $f_1(a) = 000$, $f_1(b) = 00$. Нижняя оценка для T_3 не достигается, но получается в пределе, когда $f(a) = 0^k$, $f(b) = 0^{k-1}$, $f_1(a) = 0^k$, $f_1(b) = 0^k$, $k \to \infty$.

Утверждение 4. Пусть $A = \{a, b\}$, $B = \{0, 1\}$, $f \in F(A, B)$. И пусть схема f_1 получена из f единичной неисправностью третьего типа, причем $U(f)$ и $U(f_1)$ непустые. Тогда верны следующие оценки:

$$\frac{1}{2}T_1(\tilde{f}) \leq T_1(\tilde{f}_1) \leq 2T_1(\tilde{f}),$$

$$\frac{1}{2}T_2(\tilde{f}) \leq T_2(\tilde{f}_1) \leq 2T_2(\tilde{f}),$$

$$\frac{2}{5}T_3(\tilde{f}) \leq T_3(\tilde{f}_1) < 2T_3(\tilde{f}).$$

Доказательство. В силу Утверждения 2 сохранение свойства неоднозначности при единичной несиправности второго типа возможно только если $f-$ монотипна, то есть без ограничения обшности, $f(a) = 0^k$ и $f(b) = 0^m$. Без ограничения общности, считаем, что $k \geq m$.

Разберемся сначала с оценкой T_1, то есть случаем, когда длина склейки - сумма длин входных слов. После единичной неисправности третьего типа в одном из слов $f(a)$ и $f(b)$ необходимо удалить 0. При этом новая схема f_1 обязательно содержит склейку $\tilde{f}_1(ab) = \tilde{f}_1(ba)$ длины 4. Длина исходной склейки не меньше 2. Поэтому длина минимальной склейки после неисправности не могла вырасти более чем в 2 раза. С другой стороны, исходная схема f тоже имела склейку $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba)$ длины 4. Значит длина минимальной склейки для этой схемы не больше 4. А новая схема будет иметь склейку длины не меньше чем 2. Поэтому длина новой склейки не могла уменьшиться более чем в 2 раза.

Теперь докажем утверждение для оценки T_2, то есть случая, когда длина склейки - максимум из длин входных слов. Абсолютно аналогично, после единичной неисправности третьего типа в одном из слов $f(a)$ и $f(b)$ необходимо удалить 0. При этом новая схема f_1 обязательно содержит склейку $\tilde{f}_1(ab) = \tilde{f}_1(ba)$ длины 2. Длина исходной склейки не меньше 1. Поэтому длина минимальной склейки после неисправности не могла вырасти более чем в 2 раза. С другой стороны, исходная схема f тоже имела склейку $\tilde{f}(ab) = \tilde{f}(ba)$ длины 2. Значит длина минимальной склейки для этой схемы не больше 2. А новая схема будет иметь склейку длины не меньше чем 1. Поэтому длина новой склейки не могла уменьшиться более чем в 2 раза.

Переходим к доказательству утверждения для оценки T_3, то есть случая, когда длина склейки - длина общего кода. Абсолютно аналогично, после единичной неисправности третьего типа в одном из слов $f(a)$ и $f(b)$ необходимо удалить 0. Разберем сначала случай, когда k делится на m нацело. Тогда по Лемме 3 $T_3(f) = k$ и $T_3(\tilde{f}_1)$ может быть равно или $k-1$, или k, или $k+m-1$. В самом худшем случае длина склейки могла вырасти не более чем в $\frac{k+m-1}{k} \leq \frac{2k-1}{k} < 2$ раз. Кроме того, очевидно, что $T_3(\tilde{f}_1) \geq k-1$, причем $k > 1$, так как нам необходимо иметь возможность удалить букву. Поэтому в самом худшем случае длина минимальной склейки могла уменьшиться не больше чем в $\frac{k}{k-1} \leq 2$ раз. Разберем теперь случай, когда k не делится нацело m. Тогда по Лемме 3 $T_3(f) = k+m$ и $T_3(\tilde{f}_1)$ может быть равно или $k-1$, или k, или $k+m-1$. В самом худшем случае длина склейки могла вырасти не более чем в $\frac{k+m-1}{k+m} < 1$ раз. Аналогично, в самом худшем случае длина склейки могла уменьшиться не более чем в $\frac{k+m}{k-1}$ раз. Заметим, что $k \geq 3$, так как иначе $m = 1$ или $m = 2$ и k делилось бы на m. Кроме того, $m \le k - 1$. Тогда $\frac{k+m-1}{k-1} \le \frac{2k-1}{k-1} = 2 + \frac{1}{k-1} \le \frac{5}{2}$.

Утверждение доказано.

Замечание 2. Оценки из Утверждения 4 в общем случае не улучшаемы. В самом деле, верхняя оценка для T_1 достигается для случая, когда $f(a) = 000$, $f(b) = 000$, $f_1(a) = 000$, $f_1(b) = 00$. Нижняя оценка для T_1 достигается для случая, когда $f(a) = 00$, $f(b) = 000$, $f_1(a) = 00$, $f_1(b) = 00$. Верхняя оценка для T_2 достигается для случая, когда $f(a) = 0$, $f(b) = 0$, $f_1(a) = 00$, $f_1(b) = 0$. Нижняя оценка для T_2 достигается для случая, когда $f(a) = 00$, $f(b) = 0$, $f_1(a) = 0$, $f_1(b) = 0$. Верхняя оценка для T_3 не достигается, но получается в пределе для случая, когда $f(a) = 0^k$, $f(b) = 0^k$, $f_1(a) = 0^{k-1}$, $f_1(b) = 0^k$, $k \to \infty$. Нижняя оценка для T_3 достигается для случая, когда $f(a) = 000$, $f(b) = 00$, $f_1(a) = 00$, $f_1(b) = 00$.

Заключение

В статье рассматривается и успешно решается задача об исследовании изменения длины минимальной склейки при единичных неисправностях в алфавитном кодировании. Рассмотрены три вида неисправностей – неисправность замены, неисправность удаления, неисправность добавления. Также рассмотрены три вида длин склеек – сумма длин прообразов, максимум длин прообразов, длина образа. В каждом из этих случаев получены точные неулучшаемые оценки на скорость изменения длины склейки.

Список литературы

1) С. В. Яблонский. *Введение в дискретную математику.* М.: Наука, 1986.

2) Ал. А. Марков. *Введение в теорию кодирования.* М: Наука, 1982.

3) Л. П. Жильцова. *Современные проблемы теории кодирования.* Учебное пособие, Нижний Новгород, 2007.

4) П. С. Дергач. *Алфавитное кодирование регулярных языков с полиномиальной функцией роста.* Кандидатская диссертация по специальности 01.01.09. 2016.

5) П. С. Дергач. *О проблеме вложения допустимых классов.* Интеллектуальные системы, изд. МГУ, М., том 19, № 2, с. 143-174, 2015.

6) П. С. Дергач. *Об однозначности алфавитного декодирования.* Дискретная математика -М.: Наука, том 24, № 4, с. 80-90, 2012.

On changing the minimum glue length for alphabetic faults

Dergach P.S., Botirova N.S

The purpose of this thesis is to study the nature of the change in the minimum length of gluing for alphabetic coding for various types of faults in circuits. Three types of operations are considered: deletion, addition and replacement of one letter. The main issue studied in the work is to estimate how many times the length of the minimum gluing can change after performing each of the indicated operations. As a result of the study, a criterion for preserving the ambiguity property in terms of the coding scheme was found, and upper and lower bounds were obtained for the rate of change in the length of the minimum gluing in each of the three cases. These estimates are an important practical tool for designing alphabetic encodings, taking into account possible faults in circuits.

Keywords: alphabetic coding, minimum gluing, coding scheme, alphabetic encoding.

References

[1] Yablonskiy S.V., "Introduction to discrete math", 1986.

[2] A.A. Markov, "Introduction to coding theory", 1982.

[3] Zhiltsova, "Modern problems of coding theory", 2007.

[4] Dergach P.S., "Alphabetic encoding of regular languages with polynomial growth function", *PhD thesis*, 2016, 1–213.

[5] Dergach P.S., "On the problem of embedding admissible classes", *Intelligent Systems. Theory and Applications*, 2015, 143–174.

[6] Dergach P.S., "On uniqueness of alphabetic decoding", 2012, 80–90.