О выразимости автоматов с операцией суперпозиции

Д. Н. Бабин[1] , А. А. Летуновский[2]

Задача выразимости для константных автоматов и линейных автоматов для расширенной суперпозиции алгоритмически разрешима. Имеет место теорема об алгоритмической разрешимости задачи выразимости автоматов с линейными переходами над полем конечной характеристики.

Ключевые слова: расширенная суперпозиция, выразимость, линейные автоматы, алгоритмическая разрешимость.

Задача выразимости конечных автоматов относительно суперпозиции в общем случае алгоритмически неразрешима. Известная теорема Крона-Роудза [1] работает лишь в случае автоматов, имеющих полную систему переходов. Это когда всякая подстановка состояний, порождаемая словом, порождается также одной буквой. Все случаи алгоритмической неразрешимости выразимости автоматов, как правило, доказывались как неразрешимость выразимости автоматов с безусловными переходами (константных автоматов) [2].

И для этих константных автоматов Летуновскому А.А удалось решить задачу выразимости при условии наличия в выражающей конечной системе всех автоматов с одним состоянием (функций без памяти) и автомата «задержки» [3, 4].]. Суперпозицию при наличии указанной добавки автор назвал «расширенной суперпозицией». При этом множество длин периодов константных автоматов, выразимых через конечную систему автоматов Σ вместе со «штрихом Шеффера» и «задержкой», представляло геометрическую прогрессию

$$(\Sigma) = \{b, bq, bq^2, \dots .\}$$

, где b и q натуральные числа. Автор назвал $q = q(\Sigma)$ главным цикловым индексом системы автоматов Σ, а $b = b(\Sigma)$ безусловным цикловым индексом системы автоматов Σ. Цикловые индексы стали важным параметром для определения возможностей систем автоматов. В качестве необходимого условия выразимости конечной системы Σ_2 через конечную систему Σ_1 (при наличии указанной добавки) имеем $(\Sigma_1) \in (\Sigma_2)$.

[1] *Бабин Дмитрий Николаевич* — МГУ им. М.И. Ломоносова, мех-мат ф-т, каф. МаТИС, профессор, e-mail: d.n.babin@mail.ru

Babin Dmitry Nikolaevich — professor, Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, Chair of Mathematical Theory of Intellectual Systems.

[2] *Летуновский Алексей Александрович* — e-mail: alekseyletunovskiy@gmail.com

Letunovskiy Alexey Alexandrovich.

Пусть Λ – множество автоматов над $E_k = \{0, 1, \ldots k-1\}$ с линейными переходами над конечным полем F характеристики . Это Λ не замкнутое относительно суперпозиции множество автоматов, однако и «функция Вебба» и «задержка» также имеют линейные переходы. Представляет интерес найти цикловые индексы для системы Λ. Известно [5], что всякий автомат с линейными переходами над конечным полем F разложим в суперпозицию автомата с безусловными переходами, «задержки» Z и линейного автомата сдвигов W, переходы которого, задаются формулой $s' = s + x$. (Здесь имеется ввиду сложение в поле F). Главный цикловые индекс системы $\{Z, W, \}$ равен p. Заметим, что всякий константный автомат является автоматом с линейными переходами и безусловный цикловый индекс может быть любым натуральным числом.Таким образом, бесконечное множество автоматов с линейными переходами имеет конечный главный цикловый индекс.

Имеет место

Теорема Пусть Λ – множество автоматов над $E_k = \{0, 1, \ldots k-1\}$ $k = p^t$ с линейными переходами над конечным полем F характеристики p. Тогда существует алгоритм проверки выразимости автомата с линейными переходами для расширенной суперпозиции через конечную систему автоматов.

Список литературы

[1] Алешин С.В., "Об одном следствии теоремы Крона-Роудза", *Дискретная математика*, **11**:4 (1999), 101–109.

[2] Кратко М.И., "Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов", *ДАН СССР*, **155**:1 (1964), 35–37.

[3] Бабин Д.Н., Летуновский А.А., "О возможностях суперпозиции, при наличии в базисе автоматов фиксированной добавки из булевых функций и задержки", *Интеллектуальные системы*, **19**:3 (2015), 71–77.

[4] Летуновский А.А., "ыразимость линейных автоматов относительно расширен- ной суперпозиции.", *Интеллектуальные системы*, **19**:1 (2015), 161–170.

[5] Бабин Д.Н., "втоматы с линейными переходами.", *Интеллектуальные системы. Теория и приложения,*, **23**:3 (2019), 87–95.

About expressibility of automata with superposition
Babin D.N, Letunovskiy A.A.

Expressibility of constant and linear automata for extended superposition is decidable. There is a theorem about decidability of automaton with linear transition expressibility. **Key words:** extended superposition, expressibility, linear automata, decidability.

References

[1] Aleshin S.V., "About one consequence of Krohn-Rhodes theorem", *Discrete Math*, **11**:4 (1999), 101–109.

[2] Kratko M.I., "Algorithmic undecidability of completeness problem for finite automata", *DAN USSR*, **155**:1 (1964), 35–37.

[3] Babin D.N., Letunovskiy A.A, "About possible properties of automata superposition for basis including all boolean functions and delay automaton.", *Intelligent systems*, **19**:3 (2015), 71–77.

[4] Letunovskiy A.A., "Expressibility of linear aotomata for extended superposition.", *Intelligent systems*, **19**:1 (2015), 161–170.

[5] Babin D.N., "Automata with linear transitions", *Intelligent systems, Theory and application.*, **23**:3 (2019), 87–95.