

Реализация модифицированного метода Рабинера для множества стохастических матриц на нейронных сумматорах

С. В. Шалагин¹, А. Р. Нурутдинова²

Предложена реализация модифицированного метода Рабинера (ММР) для вычисления максимальной вероятности генерирования марковской последовательности заданной длины на основе одной из множества стохастических матриц, принадлежащих классу эргодических (ЭСМ). Реализация производится при использовании однотипных элементов — нейронных сумматоров (НС). Получены оценки сложности реализации ММР по количеству НС и запоминающих элементов как функции от мощности множества ЭСМ и их размерности.

Ключевые слова: метод Рабинера, стохастические матрицы, нейронные сумматоры, оценки сложности.

Задача вычисления максимальной вероятности генерирования марковской последовательности длины N на основе множества из q ЭСМ размерности m на m согласно ММР ставится следующим образом. Заданы последовательность $S_N = S(1), \dots, S(N)$ и множество ЭСМ P_1, \dots, P_q , размерности $m \times m$. При этом $S(t) \in S$, где S — множество состояний марковской последовательности, $|S| = m$. Вероятность того, что S_N сгенерирована на основе одной из q автоматных марковских моделей, задаваемых тройкой $(S, P_k, \pi_0^{(k)})$, $k = \overline{1, q}$, вычисляется при использовании ММР для каждой из q матриц [1, 2]. Процесс получения множества q значений вероятностей для заданной S_N на основе указанного множества ЭСМ при использовании ММР обозначим как $\text{ММР}(P_1, \dots, P_q)$.

Замечание. *Задача поиска максимального значения среди q элементов является известной [3, P. 207–219] и в данной работе не рассматривается.*

Реализация $\text{ММР}(P_1, \dots, P_q)$ производится, как и в классическом методе Рабинера, в три этапа: инициализация, индукция и сложение [4].

На этапе 1 (инициализация) в каждый из q регистров заносится предельный вектор $\pi_0^{(k)} = (\pi_0^{(k)}(1), \dots, \pi_0^{(k)}(m))$, соответствующий

¹ Шалагин Сергей Викторович — профессор КНИТУ-КАИ, e-mail: sshalagin@mail.ru.

Shalagin Sergey Viktorovich — professor, KNRTU-KAI

² Нурутдинова Алсу Рафаиловна — доцент КФУ, e-mail: nurutdinovaar@mail.ru.

Nurutdinova Alsu Rafailovna — associate professor, KFU

$P_k \left(p_{ij}^{(k)} \right)$, $k = \overline{1, q}$. Каждый из регистров включает в себя q групп по m запоминающих элементов (ЗЭ). Каждая группа ЗЭ сохраняет вектор распределения значений вероятностей перехода S_N в каждое из m состояний на $(t + 1)$ -м шаге при условии, что S_N порождается P_k , $k = \overline{1, q}$, равный $\alpha_t^{(k)} = \left(\alpha_t^{(k)}(1), \dots, \alpha_t^{(k)}(m) \right)$.

На этапе 2 (индукция) требуется выполнить N подэтапов. Различают последовательный и конвейерный способы выполнения подэтапов этапа 2, которые обозначим как способы 1 и 2. Способ 1 предполагает наличие q множеств по m НС, а также q групп по m ЗЭ. Каждый из НС осуществляет операцию вида

$$Z_j^{(k,t)} \left(\sum_{i=1}^m w_i^{(k)} x_i^{(k)} \right), \quad (1)$$

где

$$Z_j^{(k,t)}(x) = \begin{cases} x : p_k(S(t+1) = s_j) > 0 \\ 0 : p_k(S(t+1) = s_j) = 0 \end{cases},$$

$w_i^{(k)} = p_{ij}^{(k)}$, $x_i^{(k,t)} = \alpha_t^{(k)}(i)$, $p_k(S(t+1) = s_j)$ — вероятность того, что на $(t + 1)$ -м шаге S_N перейдет в состояние s_j , $j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, q}$, $t = \overline{1, N}$. Результаты, снимаемые с k -го множества из m НС, записываются в k -ю группу, включающую m ЗЭ, $k = \overline{1, q}$. Последовательность операций вида (1) выполняется N раз. Способ 2 выполнения этапа 2 предполагает наличие N ступеней конвейера, каждая из которых включает в себя q множеств по m НС. На каждой из t ступеней, $t = \overline{1, N}$, выполняется операция (1) с сохранением промежуточных результатов в регистр, включающий q групп по m ЗЭ.

Этап 3 (сложение) предполагает расчет вероятностей того, что S_N сгенерирована на основе одной из q автоматных марковских моделей, задаваемых $(S, P_k, \pi_0^{(k)})$. Расчет выполняется при использовании q вырожденных НС, каждый из которых выполняет операцию вида

$$\sum_{i=1}^m \alpha_N^{(k)}(i), \quad k = \overline{1, q}.$$

Оценим сложность реализации $\text{ММР}(P_1, \dots, P_q)$.

Этапы 1 и 3 требуют наличия q групп из m ЗЭ и q вырожденных НС. Этап 2 при вычислении согласно способу 1 требует $q \cdot m$ НС и $q \cdot m$ ЗЭ. Оценки сложности вычисления $\text{ММР}(P_1, \dots, P_q)$ по количеству НС и ЗЭ составляют $q \cdot (m + 1)$ и $2q \cdot m$, соответственно, при реализации этапа 2 согласно способу 1; $q(m \cdot N + 1)$ и $q \cdot m(N + 1)$, соответственно, при реализации этапа 2 согласно способу 2.

Обозначим t_{RG} — время занесения результатов в ЗЭ либо в параллельный регистр, который образуют $q \cdot m$ ЗЭ, t_{HC} , t'_{HC} — времена задержек вычисления результата при использовании НС общего вида и вырожденного, соответственно. Время вычисления $MMP(P_1, \dots, P_q)$ с использованием способа 1 этапа 2 составляет $t_{RG} + (t_{HC} + t_{RG})N + t'_{HC}$. Время задержки ступени конвейера при выполнении $MMP(P_1, \dots, P_q)$ с использованием способа 2 выполнения этапа 2 — $\max(t_{RG}, t_{HC} + t_{RG}, t'_{HC})$.

Список литературы

- [1] Shalagin S.V., Nurutdinova A.R., “Stochastic identification of the “Object-attribute” table based on the modified Rabiner’s method”, *Journal of Physics: Conference Series*, **1925** (2021), 1–7.
- [2] Nurutdinova A.R., Shalagin S.V., “Recognition of multiple sequences by subgroups of autonomous probabilistic automata”, *Laplace em Revista*, **6**:Extra-B (2020), 160–168.
- [3] Knuth D., *The Art of Computer Programming*. V.3, Third Edition, Addison-Wesley, 1997.
- [4] Rabiner L.R., “A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition”, *Proceedings of the IEEE*, **77**:2 (1989), 257–286.

Implementation of the modified Rabiner’s method for polychastic matrices on neural adders

Shalagin S.V., Nurutdinova A.R.

The implementation of the modified Rabiner’s method (MMP) is proposed for calculating the maximum probability of generating a Markov sequence of a given length based on one of the set of stochastic matrices belonging to the class of ergodic matrices (ESM). The implementation is carried out using the same type of elements — neural adders (NA). Estimates of the complexity of the implementation of the MMR by the number of NAs and storage elements as a function of the power of the set of ESMs and their dimensions are obtained.

Keywords: Rabiner’s method, stochastic matrices, neural adders, complexity estimates.

References

- [1] Shalagin S.V., Nurutdinova A.R., “Stochastic identification of the “Object-attribute” table based on the modified Rabiner’s method”, *Journal of Physics: Conference Series*, **1925** (2021), 1–7.
- [2] Nurutdinova A.R., Shalagin S.V., “Recognition of multiple sequences by subgroups of autonomous probabilistic automata”, *Laplace em Revista*, **6**:Extra-B (2020), 160–168.

- [3] Knuth D., *The Art of Computer Programming*. V.3, Third Edition, Addison-Wesley, 1997.
- [4] Rabiner L. R., “A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition”, *Proceedings of the IEEE*, **77**:2 (1989), 257–286.