Некоторые подходы к стабилизации переключаемых интервальных систем

А. С. Фурсов, [1] Ю. М. Мосолова [2]

Целью исследования является разработка алгоритмов построения цифровых стабилизаторов для переключаемых систем, функционирующих в условиях параметрической неопределённости. Для решения поставленной задачи предлагается использовать методы: точной дискретизации непрерывных управляемых систем, теории сверхстабилизации, теории линейных матричных неравенств и интеллектуальных вычислений.

Ключевые слова: переключаемые системы, интервальная неопределенность, стабилизация, робастная устойчивость, цифровые системы управления, интеллектуальные вычисления.

1. Введение

Многие прикладные задачи сводятся к управлению системами, демонстрирующими неконтролируемые скачкообразные изменения своей динамики в дискретные моменты времени. Такие системы называют переключаемыми. В предлагаемой работе рассматривается проблема стабилизации таких систем, при этом еще и функционирующих в условиях параметрической неопределенности. В связи с бурным развитием вычислительной техники в подавляющем большинстве современных автоматических системах управления используются в качестве регуляторов микроконтроллеры. В связи с этим актуальной является задача разработки конструктивных алгоритмов построения именно цифровых регуляторов для управляемых систем. Учитывая этот факт, в данной работе рассматривается задача построения цифровых стабилизаторов для переключаемых систем. При решении указанной задачи возникают две основные проблемы. Первая проблема связана с процедурой дискретизации непрерывной модели, которая является необходимым звеном расчёта

[1] *Фурсов Андрей Серафимович* — профессор каф. нелинейных динамических систем и процессов управления вмк ф-та МГУ, e-mail: fursov@cs.msu.ru

Fursov Andrei Serafimovich — Professor, Department of Nonlinear Dynamic Systems and Control Processes, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow State University, e-mail: fursov@cs.msu.ru

[2] *Мосолова Юлия Михайловна* — аспирант каф. нелинейных динамических систем и процессов управления вмк ф-та МГУ, e-mail: july2412@mail.ru

Mosolova Yuliya Mikhailovna — Post-graduate student of the Department of Nonlinear Dynamical Systems and Control Processes, Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics, Moscow State University, e-mail: july2412@mail.ru

дискретного регулятора. Вторая же проблема связана с необходимостью обеспечить работоспособность регулятора в условиях достаточно быстрой смены режимов переключаемых систем. Для решения поставленной задачи были использованы следующие методы: метод точной дискретизации непрерывных систем, методы теории линейных матричных неравенств, метод сверхстабилизации и методы интеллектуальных вычислений.

2. Основные понятия и формулировка результата

Рассматривается непрерывная скалярная переключаемая интервальная линейная система

$$\dot{x} = [A_\sigma]x + [b_\sigma]u, \quad y = [c_\sigma]x, \quad \sigma \in P \subseteq S_0, \tag{1}$$

где $\sigma : \mathbb{R}_+ \to I = \{1, \ldots, m\}$ — кусочно-постоянная функция (переключающий сигнал) с конечным числом разрывов (переключений) на любом конечном промежутке; S_0 — множество всех переключающих сигналов σ; P —множество допустимых переключающих сигналов; $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, $y \in \mathbb{R}$ — измеряемый скалярный выход, $u \in \mathbb{R}$ — управляющий вход; $[A_\sigma] : I \to \{[A_1], \ldots, [A_m]\}$; $[b_\sigma] : I \to \{[b_1], \ldots, [b_m]\}$, $[c_\sigma] : I \to \{[c_1], \ldots, [c_m]\}$. Здесь $[A_i]$, $[b_i]$, $[c_i]$ $(i = \overline{1, m})$ — интервальные матрицы соответствующих размеров.

Значение функции σ в каждый момент времени определяет интервальный активный режим $([A_i], [b_i], [c_i])$ $(i = \overline{1, m})$ переключаемой системы (1), описываемый линейной интервальной системой $\dot{x} = [A_i]x + [b_i]u, \quad y = [c_i]x$.

Систему (1) можно рассматривать как интервальное семейство переключаемых линейных систем. При этом, под элементом интервального семейства (1) будем понимать переключаемую систему $\dot{x} = A_\sigma x + b_\sigma u, \quad y = c_\sigma x$, задаваемую конечным множеством режимов (c_i, A_i, b_i): $\dot{x} = A_i x + b_i u, \quad y = c_i x$, где $c_i \in [c_i]$, $b_i \in [b_i]$, $A_i \in [A_i]$ $(i = 1, \ldots, m)$.

Решением уравнения состояния системы (1) при фиксированных режимах (A_i, b_i, c_i) $(i = \overline{1, m})$, заданном алгоритме управления $u = u_0$, переключающем сигнале $\sigma \in P$ и начальном условии $x(0) = x_0$ будем называть вектор-функцию $x(t)$, являющуюся непрерывным кусочно-дифференцируемым решением линейной нестационарной системы $\dot{x} = A_{\sigma(t)}x + b_{\sigma(t)}u, \quad x(0) = x_0$.

Будем говорить, что переключаемая линейная система (1) с фиксированным управлением $u = u_0$ робастно *P-устойчива в нуле*, если существует такая KL-функция $\gamma(r, s)$, что для любого начального условия

$x(0) = x_0$, переключающего сигнала $\sigma \in P$ $(P \subseteq S)$ и для любой переключаемой системы $(A_i, b_i, c_i) \in ([A_i], [b_i], [c_i])$ семейства (1) соответствующее решение уравнения $\dot{x} = A_{\sigma(t)} + b_{\sigma(t)} u_0, \quad x(0) = x_0$, удовлетворяет соотношению $||x(t)|| \leq \gamma(||x(0)||, t), \quad t \geq 0$.

Для системы (1) рассматриваются следующие задачи.

1. Для объекта (1) необходимо построить цифровой регулятор по выходу:

$$v[(l+1)T] = Qv[lT] + qy[lT], \quad u[lT] = Hv[lT] + hy[lT], \tag{2}$$

который обеспечивает робастную *P-устойчивость в нуле* соответствующей замкнутой непрерывно-дискретной переключаемой системы

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_\sigma]x(t) + [b_\sigma]\sum_{j=0}^{l}\left(Hv[jT] + h[c_\sigma]x(jT)\right)S(t - jT), \\ v[(l+1)T] = Qv[lT] + q[c_\sigma]x(lT), \quad \sigma(t) \in P \subseteq S_0, \end{cases} \tag{3}$$

где T — период дискретизации непрерывной системы (1),

$$S(t) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T], \\ 0, & t \notin [0, T]. \end{cases} \tag{4}$$

2. Для объекта (1) с заданным множеством $(P \subseteq S_0)$ и не наблюдаемым переключающим сигналом $\sigma \in P$ необходимо построить цифровой регулятор по состоянию:

$$u[lT] = -kx[lT], \tag{5}$$

обеспечивающий робастную *P-устойчивость в нуле* соответствующей замкнутой непрерывно-дискретной системы

$$\dot{x}(t) = [A_\sigma]x(t) + [b_\sigma]\sum_{j=0}^{\infty}\left(-kx(jT)\right)S(t - jT), \quad \sigma(t) \in P \subseteq S_0. \tag{6}$$

Полученные результаты.

1. На основе метода функций Ляпунова и теории линейных матричных неравенств [1] сформулировано и доказано достаточное условие устойчивости в нуле непрерывно-дискретной системы (3) замкнутой цифровым регулятором (2) [3]. Указанное условие даёт возможность разрабатывать численные процедуры поиска цифрового стабилизатора (2) с использованием алгоритмов интеллектуальных вычислений.

2. На основе метода сверхстабилизации [2] предложено конструктивное достаточное условие существования вектора параметров k обратной

связи (5) [4], обеспечивающей устойчивость непрерывно-дискретной системы (6). Данное условие позволяет находить стабилизирующую обратную связь (5) в явном виде.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-21-00162).

Список литературы

[1] Баландин Д.В., Коган М.М., "Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств", *— М.: ФИЗМАТЛИТ*, 2007.

[2] Поляк Б.Т., Щербаков П.С., "Робастная устойчивость и управление", *М.: Наука*, 2002.

[3] Фурсов А.С., Миняев С.И., Мосолова Ю.М., "Синтез цифрового стабилизатора по выходу для переключаемой интервальной линейной системы", *Дифференц. уравнения*, **55**:11 (2019), 1545-1559.

[4] Фурсов А.С., Мосолова Ю.М., Миняев С.И., "Цифровая сверхстабилизация переключаемой интервальной линейной системы", *Дифференц. уравнения*, **56**:11 (2020), 1516-1527.

Some approaches to stabilizing switchable interval systems

Fursov A.S., Mosolova Y.M.

The aim of the research is to develop algorithms for constructing digital stabilizers for switchable systems operating under parametric uncertainty. To solve this problem, it is proposed to use the following methods: exact discretization of continuous controlled systems, the theory of superstabilization, the theory of linear matrix inequalities and intelligent computing.

Keywords: switchable systems, interval uncertainty, stabilization, robust stability, digital control systems, intelligent computing.

References

[1] Balandin D.V., Kogan M.M., "Synthesis of control laws based on linear matrix inequalities", - *M .: FIZMATLIT*, 2007.

[2] Polyak B.T., Shcherbakov P.S., "Robust stability and control", *M .: Nauka*, 2002.

[3] Fursov A.S., Minyaev S.I., Mosolova Yu.M., "Synthesis of a digital output stabilizer for a switchable interval linear system", *Differ. equations*, **55**:11 (2019), 1545-1559.

[4] Fursov A.S., Mosolova Yu.M., Minyaev S.I., "Digital overstabilization of a switchable interval linear system", *Differ. equations*, **56**:11 (2020), 1516-1527.