Доклады семинара «Автоматы и алгоритмы»

С начала 2020 года на научном семинаре «Автоматы и алгоритмы» под руководством к.ф.-м.н., н.с. Волкова Н.Ю. и аспирантки Ушаковой В.В. состоялось 15 докладов.

23 января 2020 года

Поведение коллектива автоматов со связью на целочисленном луче

Студент бакалавриата Пулатов Э.

В ходе доклада были озвучены основные определения связанные с коллективом автоматов со связью. Понятия коллективов автоматов со связью и “лабиринтного монстра” являются синонимами.

В дальнейшем лабиринтный монстр с m головками и радиусом обзора R и скоростью перемещения V будет обозначаться $M = (W_1, ...W_m)(R, V)$. Ставится задача реализации таким монстром вычислений на луче целочисленных функций. Аргументы задаются начальными координатами определённых головок, а результат вычисления – координатой определённой головки в момент остановки монстра.

В зависимости от времени вычисления функций, определяются быстрые и сверхбыстрые вычисления функций лабиринтным монстром. Доказана лемма о том, что последовательность выходных символов монстра с двумя головками на целочисленной прямой, является периодической. Доказана другая схожая лемма о том, что последовательность выходных символов лабиринтного монстра с одной головкой на луче - периодична.

6 февраля 2020 года

Поведение в квадранте непериодических автоматов

Студентка бакалавриата Хегай Ю.

Доклад посвящен изучению перемещения в лабиринте, представляющем квадрант, автоматов, имеющих в этом лабиринте непериодическую последовательность выходных символов. Этот тип автоматных траекторий был ранее практически не изучен. Для изучения было введено понятие манёвра, как локально-периодического движения автомата. Разным типам движения в локальном периоде соответствуют разные манёвры. Целью проделанной работы является проверка гипотезы о том, что любой автомат в квадранте с непериодической последовательностью выходных символов имеет периодическую последовательность манёвров. Были введены понятия x- и y- вычислимости автоматом последовательностей. Удалось выявить два класса автоматов, имеющих в квадранте периодическую последовательность маневров.

За время изучения данного вопроса стало ясно, что это свойство имеет место для автоматов, которые x- и y-вычисляют последовательности, являющиеся арифметическими прогрессиями с произвольными разностями p1 и p2. Также удалось доказать, что если автомат x- и y-вычисляет последовательности, разности соседних членов которых являются периодическими последовательностями, то последовательность маневров автомата является периодической.

Доказано, что существует автомат, который x- вычисляет любую последовательность, являющуюся арифметической прогрессией с разностью , и при этом y-вычисляет некоторую последовательность, являющуюся арифметической прогрессией с той же разностью p. Также удалось выяснить, что существует автомат, который x- и y- вычисляет любые две последовательности, которые являются геометрическими прогрессиями с одинаковым натуральным показателем q.

19 марта 2020 года

О вычислимости функций коллективами из двух автоматов

Аспирантка Ушакова В.

В работе рассматривается понятие вычислимости одноместных частичных функций $f : N_0' \to N_0 (N_0' \subseteq N_0)$ коллективом автоматов на целочисленной прямой. Значение аргумента задаётся расстоянием между определёнными автоматами коллектива в его начальной расстановке, а результат равен расстоянию между определёнными автоматами коллектива в его финальной расстановке, при условии, что коллектив останавливается. Аналогично определяется вычислимость частичных многоместных функций: значение каждого аргумента задается расстоянием между определёнными автоматами коллектива в его начальной расстановке, а результат равен расстоянию между определёнными автоматами коллектива в его финальной расстановке, при условии, что коллектив останавливается.

Малые коллективы автоматов имеют более ограниченные вычислительные возможности, чем машины Тьюринга. Соответственно, классы функций, вычислимые коллективами автоматов, являются подклассами вычислимых функций.

Работа нацелена на расслоение всех одноместных вычислимых функций на подклассы по минимальному числу n автоматов в коллективе, необходимом для вычисления данной функции. Класс частичных (многоместных) функций, вычислимый коллективами из n автоматов, обозначается, как F_n. Начиная с некоторого n, коллектив из n автоматов может моделировать любую, в том числе универсальную машину Тьюринга, т.е. соответствующий подкласс функций F_n становится равным классу всех вычислимых функций F. Можем считать, что функция тем сложнее, чем больше автоматов требуется для её вычисления.

Найден класс функций, вычислимых коллективами из двух автоматов. Это периодические функции и простейшие линейные функции, которые, начиная с некоторого значения аргумента x ведут себя, как $f(x) = x + C$.

9 апреля 2020 года

О конструируемых множествах

Студент бакалавриата Миндуллин М.

В докладе рассматривается перемещение конечного инициального автомата с краской на плоскости. Функционирование автомата воспроизводит на ней цветную конфигурацию, включающую в себя те клетки, которые, начиная с определенного момента, приобретают цвет, отличный от 0 (белого), и не включающую клетки, остающиеся белыми всегда, а также становящиеся белыми сколь угодно часто.

Множество конструируемо, если существует автомат с краской, его конструирующий. Ставится задача исследовать конструируемость различных классов множеств.

Приведено доказательство конструируемости пустого множества, всей плоскости, всех конечных множеств, а также их алгебраических дополнений. Доказано, что эти множества образуют алгебру множеств из Z^2. Также доказана конструируемость бордюра (множества на Z^2, имеющего группу самосовмещений, содержащую параллельный перенос на ненулевой вектор, причем все векторы параллельного переноса в этой группе коллинеарны) при условии конечности его примитивной ячейки (подмножества бордюра, образующего весь бордюр при всевозможных самосовмещениях из группы, причем для собственных подмножеств ячейки это неверно). Во всех случаях оценена сложность конструирования указанных множеств автоматом с красками.

16 апреля 2020 года

Операции над автоматами и агентами

Студентка магистратуры Маметниязова Н.

В докладе рассматривается сумма автоматов, введённая Н.Ю. Волковым, для решения задачи преследования на плоскости. Использование суммы автоматов помогло Н.Ю. Волкову свести задачу поимки произвольной жертвы с периодической последовательностью выходных символов на плоскости к задаче обхода лабиринта. Однако, данная конструкция, в общем случае, неприменима для бесконечной полосы.

В ходе изучения способов суммирования траекторий в лабиринтах было введено понятие лабиринтного агента. Также были показаны свойства лабиринтных агентов и связь этих свойств с аналогичными свойствами автоматов, перемещающихся в лабиринтах. Были представлены свойства операций автоматной и агентной суммы, автоматной и агентной проекций и доказаны свойства операций.

8 мая 2020 года

Сверхбыстрые вычисления функций

Студент бакалавриата Пулатов Э.

В ходе доклада были представлены примеры сверхбыстрого вычисления двух элементарных функций. Доказана теорема о том, что функция суммы двух переменных вычислима лабиринтным монстром с двумя головками за сверхбыстрое время. Также была доказана теорема о том, что функция произведения двух переменных вычислима лабиринтным монстром с четырьмя головками за сверхбыстрое время.

21 мая 2020 года

Однородные лабиринты

Студентка магистратуры Маметниязова Н.

В докладе рассматриваются простейшие $i-$мерные агенты, где число i равно 1 или 2. Одномерные агенты – это агенты, у которых все выходные символы колинеарны. Двумерные агенты – это агенты, у которых существуют неколинеарные выходные символы.

Были введены понятия $i-$мерного однородного лабиринта, как лабиринта, допустимого для некоторого $i-$мерного простейшего агента и операции сужения агента на лабиринт. Показан способ получения лабиринта, порожденного простейшим агентом. Также были представлены примеры некоторых $i-$мерных агентов.

28 мая 2020 года

Компьютерный симулятор автоматов в лабиринтах. Редактор автомата.

Студент бакалавриата Зияев А.

В ходе доклада был рассмотрен функционал симулятора инициального конечного автомата в шахматном лабиринте. В программе симулируется поведение автомата на плоскости, задаваемого таблицей переходов. Была рассмотрена реализация редактора автомата, а также проводились обсуждения по его пользовательскому интерфейсу. Реализация редактора осуществлялась возможностями языка C#.

Эта программа позволяет создавать лабиринты, которые в дальнейшем будут использоваться для обхода заданным автоматом. Работая в автономном режиме, программа позволяет рисовать лабиринт любой сложности, находить кратчайший путь между двумя точками, задавать автомат, который в дальнейшем сможет обойти данный лабиринт. Для произвольно заданного лабиринта обеспечивается визуальное наблюдение за поведением автомата в нем. Программа может быть использована в качестве удобного "вспомогательного инструмента" для решения проблем, связанных с поведением автоматов в лабиринтах.

24 сентября 2020 года

О вычислимости функций коллективами из трёх автоматов

Аспирантка Ушакова В.

В работе рассматривается понятие вычислимости одноместных частичных функций $f : N_0' \to N_0 (N_0' \subseteq N_0)$ коллективом автоматов на целочисленной прямой. Класс частичных (многоместных) функций, вычислимый коллективами из n автоматов, обозначается, как F_n.

Ранее был найден класс функций, вычислимых коллективами из двух автоматов. Это периодические функции и простейшие линейные функции, которые, начиная с некоторого значения аргумента x ведут себя, как $f(x) = x + C$. Очевидно, коллектив из трех автоматов моделирует коллектив из двух автоматов, то есть $F_2 \subseteq F_3$.

Установлено также, что коллективами из трех автоматов вычисляются функции вида $f(x) = [(C_1 * x + C_2)/C_3]$.

1 октября 2020 года

Компьютерный симулятор автоматов в лабиринтах. Редактор автомата.

Студент бакалавриата Зияев А.

В ходе доклада был обсужден дальнейший план действий по улучшению программы. А именно, высказаны требования к функциональности симулятора автоматов, требования по улучшению пользовательского интерфейса и кода. Было составлено краткое техническое задание по доработке симулятора. Слушателями было предложено добавление определенного ряда функциональных особенностей, а именно реализация независимой системы автоматов и коллектива автоматов.

8 октября 2020 года

О взаимно однозначном соответствии конфигурации на плоскости состоянию ленты машины Тьюринга

Студент бакалавриата Миндуллин М.

Рассматривается пустая лента машины Тьюринга. Каждая ячейка ленты нумеруется следующим образом. Ячейке, в которой находится головка в нулевой момент времени, присваивается номер 0. Клетки, расположенные правее клетки с номером 0, нумеруются нечетными натуральными числами, а расположенные левее – четными.

Далее рассматривается неокрашенная плоскость. Клетке, в которой находится автомат с красками в нулевой момент времени, присваивается номер 0. Оставшиеся клетки плоскости нумеруются натуральными числами по спирали.

При этом каждая клетка плоскости получает свой уникальный номер, который соответствует уникальному номеру некоторой ячейки ленты машины Тьюринга.

Сопоставив каждому символу входного алфавита машины Тьюринга некоторый символ из входного алфавита автомата с красками (пустому символу сопоставим белую краску, а остальным символам – цвета с соответствующим номером), получаем взаимно однозначное соответствие любого состояния ленты машины Тьюринга некоторой конфигурации плоскости.

16 октября 2020 года

О реализациях элементарных операций

Студент специалитета Хайруллин А.

Рассматривается множество (частично-определённых) функций счётнозначной логики $P_{\aleph_0}$. Отображения $\varphi(n) : E_\varphi \to P_{\aleph_0}$, где $E_\varphi \subset P_{\aleph_0} \times \ldots \times P_{\aleph_0}$ назовём элементарными операциями. Каждая такая операция по n частичным счётно-значным функциям строит новую функцию. Значения самой операции определены на некоторых наборах из n фунций. Реализацией назовем произвольное подмножество элементарных операций. Показаны представления классических операций суперпозиции, минимизации и примитивной рекурсии в виде реализаций.

Каждая реализация порождает на множествах функций из $P_{\aleph_0}$ свой оператор замыкания, по аналогии с тем, как классическое замыкание порождается операциями суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Показано, что оператор замыкания, порождённый любой не более чем счетной реализацией, при применении к любому не более чем счетном подмножеству $P_{\aleph_0}$ даст множество, не равное $P_{\aleph_0}$. Т.е. показана неполнота любых счётных систем функций относительно любого конечно-порождённого или счётно-порождённого замыкания.

29 октября 2020 года

Доклад по результатам курсовой работы "Компьютерный симулятор автомата в лабиринте. Графическая часть".

Студентка бакалавриата Абдуллаева К.

В докладе были продемонстрированы возможности компьютерного симулятора автомата в лабиринте, а именно его графическая часть. Были обсуждены планы дальнейшего развития программы для написания дипломной работы, а именно создание нового графического интерфейса с добавлением дополнительного функционала лабиринта и оптимизирование уже имеющегося.

12 ноября 2020 года

О конструируемости двумерного орнамента

Студент бакалавриата Миндуллин М.

В докладе рассматривается двумерный орнамент – множество на Z^2, имеющее группу самосовмещений, содержащую параллельный перенос на ненулевой вектор, причем в этой группе содержится два неколлинеарных вектора параллельного переноса. Доказана конструируемость всех двумерных орнаментов автоматом с красками. Алгоритм представляет с собой модификацию алгоритма обхода плоскости автоматом по спирали, где перемещения на единичные векторы заменены последовательными перемещениями на векторы параллельного переноса, а окрашивание клетки плоскости – на конструирование макроячейки, содержащей примитивную ячейку двумерного орнамента. Приведена оценка сложности конструирования орнамента автоматом с красками.

26 ноября 2020 года

Расширение вычислительных возможностей машины Тьюринга. Простейшая и универсальная модель сверхтьюринговых вычислений

Научный сотрудник Волков Н.Ю.

Классическая машина Тьюринга задаётся программой конечного автомата, являющегося её головкой, и работает с изначально пустой лентой. Пользователь перед применением наносит на ленту конечную информацию (как правило, непосредственно правее начального расположения головки на ленте), запускает машину Тьюринга и, в случае её остановки, считывает с ленты конечную информацию, которую интерпретирует, как результат вычислений.

В классической теории алгоритмов алгоритмом считается именно программа для машины Тьюринга, а вычислимость любой функции понимается, как возможность её вычисления на некой машине Тьюринга.

Известно, что множество частичных счётнозначных функций $f:(N_0)^m \to N_0$, вычислимых по Тьюрингу, есть множество частичнорекурсивных функций.

Более того, несложно показать, что для любого определения алгоритма (не обязательно понимаемого, как программа машины Тьюринга), подразумевающего, что конкретный алгоритм задаётся конечным словом в конечном алфавите, множество функций, вычислимых при помощи алгоритмов такого вида, будет не более, чем счётно. А, значит, большая часть частичных счётнозначных функций будет невычислима.

Это означает, что любой вычислитель, универсальный для класса частичных счётнозначных функций $f:(N_0)^m \to N_0$, должен иметь программу бесконечной длины.

Предлагается простейшая модель универсального вычислителя в виде машины Тьюринга с лентой, правая половина которой (от начального расположения головки) изначально заполнена произвольной последовательностью в конечном алфавите. Будем называть такие машины **машинами Тьюринга с непустой (изначально) лентой**. Как и в классическом случае, пользователь перед применением наносит на ленту конечную информацию (теперь, непосредственно левее начального расположения головки на ленте), запускает машину Тьюринга и, в случае её остановки, считывает с ленты конечную информацию, находящуюся в клетке, где остановилась головка и в клетках, левее её, которую интерпретирует, как результат вычислений.

Таким образом, теперь алгоритм задаётся конечной программой головки и бесконечной полулентой, содержащей последовательность букв конечного алфавита. Определённое таким образом множество алгоритмов – континуально.

Показано, что в данной вычислительной модели являются вычислимыми все частичные счётнозначные функции вида $f : (N_0)^m \to N_0$, все словарные функции вида $f : (A^m)^* \to A^*$ и, вообще, все конструктивные объекты.

Показано, что существует классическая машина Тьюринга (т.е. машина с изначально пустой лентой), которая по любому набору входных данных и любой программе для машины Тьюринга с непустой лентой моделирует работу этой машины на этих входных данных, т.е. существует классическая машина Тьюринга, универсальная для класса машин Тьюринга с непустой лентой.