

# О связи сложностей клеточных схем и схем из функциональных элементов

Н. А. Шкаликова

В настоящей заметке проводится сравнение «ценности» нижних оценок для обыкновенных схем из функциональных элементов, описанных, например, в [1], и для клеточных схем, впервые рассмотренных Кравцовым С.С. в [2], где был получен порядок функции Шеннона. Клеточные схемы являются математической моделью интегральных схем, в сложности которых учитываются узлы и каналы связей.

Позднее для клеточных схем были получены нетривиальные нижние оценки сложности для некоторых функций и систем булевских функций. Максимальная по порядку нижняя оценка, которую удалось получить для систем булевских функций и одной функции, равна  $n^2$  [3, 4]. Это схема умножения двух  $n$ -разрядных чисел и схема для функции Нечипорука).

Обозначим через  $L(f)$  (соответственно  $L(F)$ ) сложность минимальной обыкновенной схемы из функциональных элементов, реализующей функцию  $f$  (соответственно систему функций  $F$ ), а через  $A(f)$  (соответственно  $A(F)$ ) сложность минимальной клеточной схемы, реализующей функцию  $f$  (соответственно систему функций  $F$ ).

Имеет место следующее условное утверждение.

Пусть верно, что из  $L(f) = cn$ , (соответственно  $L(F) = cn$ ) следует, что  $A(f)$  (соответственно  $A(F)$ ) по порядку меньше, чем  $n^2$ , тогда  $L(\psi)$  по порядку больше, чем  $n$  и  $L(M)$  по порядку больше, чем  $n$ , где  $c$  — некоторая константа,  $\psi$  — функция Нечипорука, а  $M$  — функция, реализующая схему умножения двух  $n$ -разрядных чисел.

В противном случае функцию  $\psi$  и систему функций  $M$  можно было бы реализовать клеточными схемами со сложностью по порядку меньшей, чем  $n^2$ , что неверно.

Таким образом для получения нижней оценки достаточно получить верхнюю, кажущуюся несложной.

### Список литературы

- [1] Лупанов О.Б. Об одном классе схем из функциональных элементов // Проблемы кибернетики. Вып. 7. М.: Физматгиз, 1962. С. 285–294.
- [2] Кравцов С.С. О реализации функций алгебры логики в одном классе схем из функциональных и коммутационных элементов // Проблемы кибернетики. Вып. М.: Наука, 1967. С. 285–293.
- [3] Шкаликова Н. А. О реализации булевых функций схемами из клеточных элементов // Математические вопросы кибернетики. М.: Наука, 1989. С. 177–197.
- [4] Gramkovich Yu., Lozhkin S., Rybko A., Sapozhenko A., Shkalikova N. Lower bounds on the area complexity of Boolean circuits // Theoretical Computer Science. 97 (1992). 285–300.