

// In: Browne J. (Editor) Knowledge Based Production Management Systems. — E Science Publishers B.V., 1989. — P. 133-152.

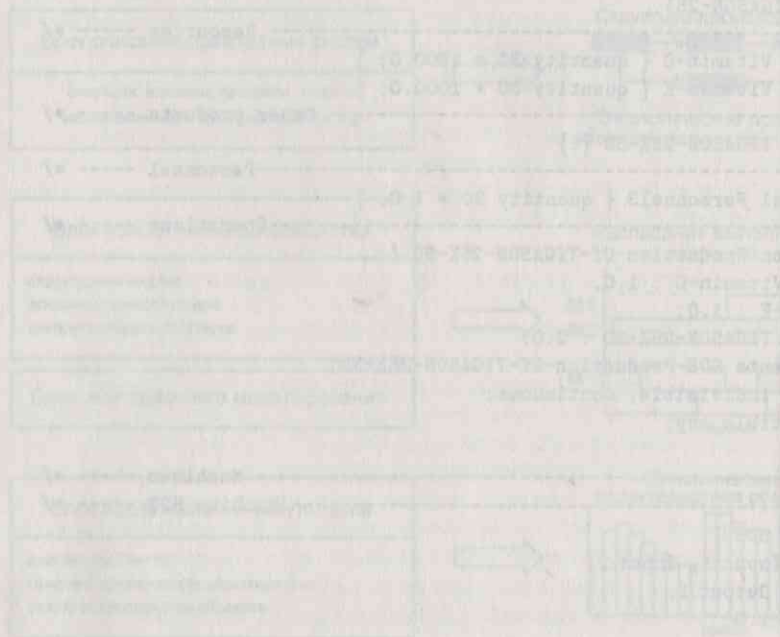


Рис. 1. Структурная схема системы распознавания образов.

## Комбинаторно-логический подход к распознаванию образов

В.Б. Кудрявцев, С.В. Алешин

В сообщении дается краткое изложение основных понятий, результатов и методов по задаче распознавания дискретных образов.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе излагаются результаты по сравнительно новому направлению в теории распознавания образов, которое получило название комбинаторно-логического. Статья носит обзорный характер. Наряду с традиционными метрическим, вероятностным и алгебраическим подходами комбинаторно-логический сегодня является одним из главных в этой теории. Отмеченное направление развивалось в основном в России: Московском университете и в Академии наук. Оно началось с ключевой работы С.В. Яблонского по распознаванию неисправностей в технических системах, выполненной им в начале 50-х годов [1]. Одну из главных мыслей в ней составляла идея введения понятия теста, которая затем легла в основу главных процедур распознавания. Важнейшими добавлениями к этой идее явились учет важности параметров, определяющих состояние распознаваемой системы и введение функционалов, определяющих тип ее состояния. Впервые это было осуществлено А.Н. Дмитриевым, Ю.И. Журавлевым и Ф.П. Кренделевым [2] путем учета частоты встречаемости параметров в тестах и линейных функционалах для принятия решений, затем этот подход был расширен В.Б. Кудрявцевым [3] за счет рассмотрения тестовых "голосов" на "похожесть" состояния на эталонные признаковые описания и подсчета таких голосов при принятии решений. Позже этот подход был распространен до учета множества так называемых опорных множеств, рассмотренных в [4]. Трудным вопросом, сопутствующим всем указанным построениям, оказался вопрос о сложности вычислений для принятия решений. Он связан с оценкой числа тестов и их построением. Решающий вклад здесь внес А.Е. Андреевым [6]. Позже выяснилось, что надежность и скорость принятия решений при распознавании существенно улучшаются при использовании лишь "коротких" тестов, изучавшихся А.В. Кибкало [7]. Вычислительный аспект этих функционалов был аппроксимирован С.В. Алешинным и др. [5]. Комбинаторно-логические процедуры показали высокую эффективность при решении задач распознавания, особенно, когда описание

объектов дается лишь в самом общем виде. К такого рода задачам относятся поиск полезных ископаемых, диагностика заболеваний, обнаружение неисправностей в технических системах и др. Основные результаты по дискретным методам распознавания изложены авторами в монографии "Дискретные процедуры распознавания образов".

Здесь мы хотим дать представление об основных понятиях и процедурах, связанных с решением задачи распознавания образов в дискретном случае.

### 1. ЗАДАЧА РАСПОЗНАВАНИЯ

Задача распознавания образов может быть сформулирована так. Имеется множество  $A$  некоторых объектов, являющееся объединением конечно числа своих непересекающихся подмножеств  $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $A = \cup_i A_i$ . Через  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , обозначим предикат на  $A$ , область истинности которого совпадает с  $A_i$ . Некоторые из этих предикатов определены частично. Задача заключается в том, чтобы, располагая неполным описанием предиката  $P_i$ , указать способ их доопределения, то есть для любого элемента  $a$  из  $A$  и любого  $i = 1, \dots, k$  уметь вычислять значение  $P_i(a)$ .

Множества  $A_i$  называются классами. Случай, когда число классов равно двум, является основным. Объекты множества  $A$  обычно задаются помощью описаний — указывается некоторое число свойств, параметров, и каждый объект описывается набором значений предикатов, связанных этими свойствами. Пространство описаний называют обычно признаковым пространством, а компоненты описаний — признаками.

В случае двух непересекающихся классов задача распознавания сводится к построению в признаковом пространстве подмножества, которое условно можно считать "поверхностью", разделяющей классы. Дело упрощается, если признаковое пространство обладает "хорошими" свойствами, например, метрическими. Однако часто приходится иметь дело с описаниями, для которых трудно ввести разумным образом метрику, а сравнение объектов покомпонентно можно проводить лишь тривиальным образом — проверкой совпадения или несовпадения значений компонент.

Такая ситуация была замечена С.В. Яблонским в его работах, связанных с диагностикой неисправностей вычислительных устройств [1]. И было введено понятие теста, которое оказалось плодотворно для широкого круга задач, в том числе и для задачи распознавания.

### 2. ТЕСТЫ И ТЕСТОВЫЕ ФУНКЦИИ

Первые эвристические процедуры, использующие понятие теста, появились в [2]. В качестве описаний объектов выступали наборы из нулей и единиц некоторой фиксированной длины  $n$ . Обозначим множество всех таких наборов через  $E_2^n$ . Для случая двух классов через  $O_1$  обозначим множество наборов из  $i$ -го класса, для которых известна их принадлежность классу. Пару  $\{O_1, O_2\}$  называем обучающей парой. Рассмотрим частичную

булевскую функцию

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x \in O_1, \\ 0, & x \in O_2, \\ \text{не определена} & \text{в остальных точках.} \end{cases}$$

Если с помощью какого-нибудь алгоритма мы для любого  $x \in E_2^n$  сможем определить номер класса, которому  $x$  принадлежит, то это эквивалентно определению частичной функции  $\varphi(x)$  до некоторой всюду определенной булевой функции  $f(x)$ . Функция  $\varphi(x)$  на области определения совпадает с  $f(x)$ , поэтому будем называть  $\varphi(x)$  фрагментом  $f(x)$ .

Таким образом задача распознавания теперь может быть сформулирована как задача построения функции  $f(x)$  по ее фрагменту  $\varphi(x)$ .

На множестве наборов  $E_2^n$  введем три операции "о", "⊕" и "+", соответственно, поразрядного умножения, сложения по mod 2 и арифметического сложения

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \circ (\beta_1, \dots, \beta_n) = (\alpha_1 \beta_1, \dots, \alpha_n \beta_n),$$

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \oplus (\beta_1, \dots, \beta_n) = (\alpha_1 \oplus \beta_1, \dots, \alpha_n \oplus \beta_n),$$

$$(\alpha_1, \dots, \alpha_n) + (\beta_1, \dots, \beta_n) = (\alpha_1 + \beta_1, \dots, \alpha_n + \beta_n),$$

а также отношение частичного порядка " $\leq$ ":  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \leq (\beta_1, \dots, \beta_n)$ , выходящего точно тогда, когда для всех  $i = 1, 2, \dots, n$  справедливо  $\alpha_i \leq \beta_i$ .

Для частичной булевой функции  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  через  $\varphi_N(x_1, \dots, x_n)$  обозначим множество "нулей" для  $\varphi$ , то есть

$$\varphi_N(x_1, \dots, x_n) = \{(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in E_2^n \mid \varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = 0\}.$$

Аналогично, через  $\varphi_E(x_1, \dots, x_n)$  обозначим множество "единиц" для  $\varphi$ , то есть

$$\varphi_E(x_1, \dots, x_n) = \{(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in E_2^n \mid \varphi(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = 1\}.$$

Набор  $t = (t_1, \dots, t_n) \in E_2^n$  называется тестом для  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ , если для любой пары наборов  $\alpha \in \varphi_E$ ,  $\beta \in \varphi_N$  имеет место

$$\alpha \circ t \neq \beta \circ t.$$

Множество всех тестов для функции  $\varphi$  обозначим через  $T_\varphi$ .

Тест  $t \in T_\varphi$  называется тупиковым тестом для функции  $\varphi$ , если для любого  $t' \in T_\varphi$ , такого что  $t' \leq t$ , имеет место  $t = t'$ . Таким образом, тупиковые тесты — это минимальные элементы во множестве  $T_\varphi$ , упорядоченном с помощью отношения частичного порядка  $\leq$ .

Множество всех тупиковых тестов для функции  $\varphi$  обозначим через  $TT_\varphi$ . Множество  $T_\varphi$  можно рассматривать как множество единиц некоторой булевой функции  $\nu$ :

$$\nu(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_1, \dots, x_n) \in T_\varphi, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Эту функцию назовем тестовой функцией для  $\varphi$ .



Утверждение 1. Для любой частичной функции алгебры логики  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  ее тестовая функция является монотонной.

Рассмотрим наборы

$$W_\varphi^N = \sum_{\alpha \in \varphi_N} \alpha, \quad W_\varphi^E = \sum_{\alpha \in \varphi_E} \alpha,$$

а также наборы

$$S_\varphi^N = \frac{W_\varphi^N}{|\varphi_N|}, \quad S_\varphi^E = \frac{W_\varphi^E}{|\varphi_E|},$$

где  $|B|$  — мощность множества  $B$ .

Наборы  $S_\varphi^N, S_\varphi^E$  — образуют как бы "центры тяжести" множеств "нулей" и "единиц" функции  $\varphi$ .

Если  $\nu$  — тестовая функция для  $\varphi$ , то есть  $\nu_E = T_\varphi$ , то рассмотрим вектор  $p = S_\nu^E, p = (p_1, \dots, p_n)$ .

Вектор  $p$  называется вектором информационных весов по тестам, а его компонента  $p_i$  — информационным весом  $i$ -го признака по тестам.

Таким же способом можно ввести понятие тупиково-тестовой функции  $\xi(x_1, \dots, x_n)$  для функции  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$ . Множество "единиц" функции  $\xi$  падает с множеством тупиковых тестов для  $\varphi, \xi_E = TT_\varphi$ . Набор  $S_\xi^E$  — вектор информационных весов по тупиковым тестам. При построении комбинаторно-логических процедур исходят из гипотезы о том, что множество тестов (тупиковых тестов) несет в себе большую информацию о различимости объектов, принадлежащих разным классам. То, что мы рассматриваем тот случай двух классов, делается нами из соображений краткости изложения. Определение теста можно вводить для случая произвольного числа классов и даже для произвольного графа связей между объектами, как это и было сделано в упомянутой работе [1].

### 3. ТЕСТОВЫЕ ПРОЦЕДУРЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ЛИНЕЙНОГО ВИДА

Первые алгоритмы, использующие тесты, были достаточно простыми, как позднее обнаружилось, допускали простую геометрическую интерпретацию. Для привлечения геометрических соображений заметим, что хотя распознавание с помощью тестов мы не используем метрических соотношений, полезным оказывается рассмотрение  $E_2^n$  как подмножества точек  $n$ -мерного евклидова пространства  $R_n$ . Так, модифицируя алгоритм из [1], приходим к следующей процедуре.

Пусть  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  — частичная булевская функция,  $(\varphi_E, \varphi_N)$  — обучающая пара. Пусть  $p = (p_1, \dots, p_n)$  — вектор информационных весов.

Рассмотрим величины  $A_j = \sum_i p_i \alpha_{ji}, \alpha_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \dots, \alpha_{jn}) \in \varphi_E, j = 1, \dots, m_1, |\varphi_E| = m_1, B_j = \sum_i p_i \beta_{ji}, \beta_j = (\beta_{j1}, \beta_{j2}, \dots, \beta_{jn}) \in \varphi_N, j = 1, \dots, m_2, |\varphi_N| = m_2.$

Если  $A_s \leq B_k, s = 1, \dots, m_1, k = 1, \dots, m_2$ , то пусть

$$b_0 = \frac{\min_s A_s + \max_k B_k}{2}.$$

Теперь возьмем гиперплоскость  $\Gamma$  в  $R^n$ ,

$$\Gamma: p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n = b_0.$$

Нормалью  $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ .

Решающее правило алгоритма распознавания выглядит следующим образом:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \geq b_0, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Заметим однако, что выполнение условия  $\min_s A_s \geq \max_k B_k$  заранее получить трудно. В тоже время, если заменить некоторый признак на его отрицание, то множество тестов (и вектор  $\bar{p}$ ) не изменится. С содержательной точки зрения рассмотрение вместо признака его отрицания также оправдано, так как признаки выбирались экспертами для различения классов. Таким образом, вместо функции  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  можно рассмотреть функцию  $\varphi(x_1, \dots, x_n^{\sigma_n})$ , где  $x^{\sigma} = x \oplus \sigma \oplus 1$ , при этом для любого набора  $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$  вектора  $(p_1, \dots, p_n)$  останется прежней.

Будем искать такую замену признаков, то есть набор  $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ , чтобы величина  $d = \{\min_j A_j - \max_i B_i\}$  стала для функции  $\varphi(x_1^{\sigma_1}, \dots, x_n^{\sigma_n})$  максимальной.

После этого порог  $b_0$  выбирается, как и раньше, так

$$b_0 = \frac{\min_j A_j + \max_i B_i}{2}.$$

### 4. ТЕСТОВЫЕ ПРОЦЕДУРЫ РАСПОЗНАВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ВИДА

На примере этой процедуры видна характерная черта комбинаторно-логических алгоритмов. Достаточно простое решающее правило получается в результате обработки большого объема информации. Большой объем числений связан с тем, что в "типичных" ситуациях число тестов велико. Кроме того, попутно приходится решать сложные задачи дискретной оптимизации — в данном примере эта задача нахождения максимума функции на  $d$ . По-видимому, подобные трудности неустранимы, и вытекают из природы задачи распознавания при отсутствии априорных предположений метрических или вероятностных свойств объектов.

Первые тестовые алгоритмы были линейными в том смысле, что решающие правила задавались гиперплоскостью в пространстве  $R^n$ , в которую входило признаковое пространство  $E_2^n$ .

Нетрудно видеть, что такие алгоритмы способны правильно "расшифровать" только такие функции, у которых "нули" и "единицы" отделяются гиперплоскостью, то есть так называемые пороговые функции. Однако,



доля пороговых функций в множестве всех функций алгебры логики велика: если всего функций от  $n$  переменных  $2^{2^n}$ , то пороговых не более, чем  $2^{n^2}$ .

Поэтому для решения задачи распознавания в "типичной" ситуации требуются нелинейные алгоритмы. Универсальный алгоритм, который может правильно доопределить любую булевскую функцию был предложен В.Б. Кудрявцевым [3]. Этот алгоритм получил название "голосование по тестам" (соответственно, "голосование по тупиковым тестам").

Изложим алгоритм голосования по тестам. Как отмечалось, необходимо по обучающей паре  $\{\varphi_E, \varphi_N\}$  доопределить  $\varphi$  на всем кубе  $E_2^n$ . Процедура доопределения  $\varphi$  в точке  $y = (y_1, \dots, y_n) \in E_2^n$  заключается в следующем. Пусть  $T_\varphi = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_d\}$  — множество всех тестов функции  $\varphi$ ,

$$\tau_i = (t_{i1}, t_{i2}, \dots, t_{in}), \quad i = 1, \dots, d.$$

Для каждого теста  $\tau = (t_1, \dots, t_n) \in T_\varphi$  и каждого  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in E_2^n$  вычислим произведение

$$\gamma_\tau^\alpha(y) = \prod_{i=1}^n (1 - t_i |y_i - \alpha_i|).$$

Нетрудно видеть, что  $\gamma_\tau^\alpha(y) = 1$  точно тогда, когда наборы  $\alpha$  и  $y$  совпадают в тех разрядах  $i_1, i_2, \dots, i_s$ , в которых  $t_j = 1, j = i_1, \dots, i_s$ . Величина  $\gamma_\tau^\alpha(y)$  есть "голос", который "дает" набор  $\alpha$  и тест  $\tau$  "за вхождение"  $y$  в класс  $\varphi_E$ , то есть за то, что  $\varphi(y) = 1$ .

Аналогично для  $\beta \in \varphi_N$  величина

$$\gamma_\tau^\beta(y) = \prod_{i=1}^n (1 - t_i |y_i - \alpha_i|)$$

"голосует" за то, что  $y \in \varphi_N$ .

Если  $|\varphi_N| = m_1, |\varphi_E| = m_2$ , то, подсчитывая для веса  $m_1$  общее число голосов

$$\Gamma_1(y) = \frac{1}{m_1} \sum_{\tau \in T_\varphi} \sum_{\beta \in \varphi_N} \gamma_\tau^\beta(y)$$

и для веса  $m_2$

$$\Gamma_2(y) = \frac{1}{m_2} \sum_{\tau \in T_\varphi} \sum_{\alpha \in \varphi_E} \gamma_\tau^\alpha(y),$$

мы можем построить решающее правило

$$R(y) = \Gamma_2(y) - \Gamma_1(y),$$

такое что

$$\varphi(y) = \begin{cases} 1, & \text{при } R(y) \geq 0, \\ 0, & \text{при } R(y) < 0. \end{cases}$$

**Утверждение 2.** Решающее правило  $R(y)$  задается полиномом степени не более  $n$  от переменных  $x_1, \dots, x_n$ .

аметим, что для всякой булевой функции  $f$  можно указать такой полином  $F(x_1, \dots, x_n)$  степени не более  $n$ , что

$$f(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } F(x_1, \dots, x_n) \geq 0, \\ 0, & \text{если } F(x_1, \dots, x_n) < 0. \end{cases}$$

Поэтому класс поверхностей, который возникает при применении алгоритма голосования, достаточен для задания любой булевой функции.

На самом деле, для задания булевой функции, как правило, требуется полином степени меньшей, чем  $n$ . Степень  $n$  достигается для задания только функций —  $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$  и  $1 \oplus x_1 \oplus \dots \oplus x_n$ .

Например, часто встречающиеся в приложениях монотонные функции требуют для задания полиномы степени не более  $n/2$ .

Алгоритм голосования относится к числу алгоритмов высокой трудоемкости. Если отказаться от требования точного распознавания во всех точках  $E_2^n$ , допуская "небольшое" число ошибочных распознаваний, то правило голосования может быть заменено на более простое. При этом возникает целое параметрическое семейство алгоритмов. Параметром служит степень полинома, которым аппроксимируют решающее правило алгоритма голосования.

Выясняется при этом, что, в частности, эвристические линейные алгоритмы, возникавшие ранее, являются линейными приближениями многомерной функции  $R(x)$ .

Такой подход позволяет получить спектр алгоритмов различной сложности, и выбирать тот или иной в зависимости от мощности распознающей системы.

Выявление большого числа эвристических процедур распознавания выдвигает вопросы выяснения применимости этих процедур. Здесь возможны различные подходы. Один из подходов заключается в исследовании прикладных комбинаторно-логических объектов, возникающих при построении алгоритмов распознавания, в том числе исследование поведения параметров алгоритмов, связанных с тестами.

## 5. Приближения тестовых процедур распознавания

В тестовых процедурах центральное место занимает множество тестов (тупиковых тестов). Поэтому чрезвычайно важно оценить вычислительные затраты, например, с помощью оценки числа тестов. Если алгоритм использует не все тесты, а лишь тесты некоторой длины, то важной становится информация о числе тестов данной длины.

Вспомогательные характеристики, связанные с тестами, оказались удобным средством для обоснования эвристических алгоритмов распознавания, возможности, для проверки устойчивости алгоритмов по отношению к искажениям материала обучения.

Число работ, посвященных оценкам числа тестов, достаточно велико. Первые работы относятся к 70-м годам.



Завершающий характер имели работы А.Е. Андреева [6], который получил оценки для практически полного класса таблиц. Следует заметить, что оценки были получены им для общего определения теста (тупикового теста), когда сравнение элементов данного множества строк проводится относительно заданного "графа сравнений". Таким образом, здесь мы снова возвращаемся именно к тому общему определению теста, которое было предложено С.В. Яблонским.

Теорема А.Е. Андреева дает асимптотику числа тупиковых тестов почти всех пар  $(T, G)$ , где  $T$  — множество строк,  $G$  — граф сравнений. В случае, когда число  $q$  ребер в графе  $G$  такое, что

$$1 \leq q \leq 2^{n(1-\epsilon)},$$

и показывает отсутствие таковой для случая

$$C_1 \cdot 2^n \leq q \leq C_2 q^n.$$

Эти результаты окончательно подтвердили гипотезу, возникшую в ранних работах, об экспоненциальном характере роста числа тупиковых тестов в (статистически) типичном случае, что заставляло искать пути преодоления возникающих вычислительных трудностей при построении конкретных распознающих процедур.

Один из таких подходов заключается в отказе от рассмотрения множества всех тестов в качестве "опорного". При этом выбор подмножества тестов должен быть подтвержден данными о поведении соответствующих характеристик.

Множество тупиковых тестов или множество тестов используется в различных алгоритмах распознавания для вычисления тех или иных параметров алгоритмов. Например, в линейных алгоритмах вычисляются коэффициенты линейных форм с помощью информационных весов признаков. Если один из признаков имеет критериальный характер — принимает значение 0 на всех эталонах из одного класса и значение 1 на всех эталонах другого класса. Ясно, что уже этот признак образует тупиковый тест, различающий любую пару объектов из разных классов материала обучения. Это есть явление чрезвычайно "сильным" с точки зрения распознавания. В то же время, этот признак входит только в один тупиковый тест, следовательно, информационный вес (по тупиковым тестам) относительно мал по сравнению с другими признаками.

Конечно, "предельный" случай, который сейчас был рассмотрен, не дает оснований для выводов о тенденциях информационных весов. Оценки для средних значений (по всем парам таблиц) вершины информационных весов говорят о том, что вес признака по всем тупиковым тестам имеет тенденцию к уменьшению с увеличением доли различаемых признаков пар эталонов.

Возвращаясь к примеру "сильного" признака, заметим, что любое множество, содержащее этот признак, является тестом. Так что информационный вес этого признака по всем тестам относительно велик

согласуется с нашим интуитивным стремлением видеть в информационном весе отражение значимости признака. Однако, оценки для средних значений, а также значений для почти всех пар таблиц показывают, что вес признака по всем тестам почти всегда равен  $1/2$  и не зависит от доли различаемых признаков пар объектов.

Продолжая рассматривать "предельный" случай, когда признак различает любую пару объектов из разных классов, мы можем заметить, что если мы ограничимся рассмотрением тестов, длина которых не превосходит некоторое фиксированное число, то и в этом случае вес "сильного" признака по данному множеству тестов будет достаточно велик. Вместе с тем, мы, по-видимому, не должны слишком понижать границу длины тестов, так как при этом может теряться информация, распределенная по тестам, содержащим только самые "сильные" признаки.

Оказывается [7], что если в качестве верхней длины тестов будет выбрано число из интервала

$$\eta = (\log m - \log \log m, \log m - \log \log \log m), \quad m = |\varphi_E| \cdot |\varphi_N|,$$

то информационные веса ведут себя "правильно": когда доля пар объектов, различаемых данным признаком, растет, тогда вес признака по всем таким тестам (и по всем таким тупиковым тестам) растет.

Тесты, длина которых не превышает некоторого числа из интервала  $\eta$ , называются короткими тестами.

Короткие тесты обладают еще одним важным свойством. Предположим, что описание эталонов может содержать ошибки. Оказывается, что множество коротких тестов устойчиво относительно малых искажений обучающего материала. Эти результаты получены в [7] для "высоких" таблиц, которые, по-видимому, представляют наибольший интерес для применения комбинаторно-логических алгоритмов.

Другой подход [5] к обоснованию эвристических процедур можно продемонстрировать на примере линейных алгоритмов. Пусть  $A$  — линейный алгоритм распознавания. Тогда результат его применения к частичной функции  $\varphi(x_1, \dots, x_n)$  есть некоторая гиперплоскость  $\Gamma$ .

Подставляя в уравнение для  $\Gamma$  все точки из  $E_2^n$ , получим пороговую функцию  $f(x_1, \dots, x_n)$  такую, что  $f(x_1, \dots, x_n) = 1$  только в том случае, если  $p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \geq b_0$ .

Пусть теперь  $f$  — некоторая пороговая функция, и  $\varphi$  — ее фрагмент. Применим к  $\varphi$  алгоритм  $A$ . Пусть в результате построена гиперплоскость  $\Gamma$ . Гиперплоскость  $\Gamma$  может, вообще говоря, отличаться от гиперплоскости  $\Gamma'$ . Чтобы оценить ошибку, вычислим угол  $\gamma$  между нормальными к  $\Gamma$  и  $\Gamma'$ .

Будем говорить, что  $A$   $\epsilon$ -распознает  $f$  по фрагменту  $\varphi$ , если  $\gamma < \epsilon$ . Точность распознавания зависит, очевидно, от выбора фрагмента  $\varphi$ . Скажем, что  $A$   $\epsilon$ -распознает  $f$ , если существует фрагмент  $\varphi$  такой, что  $A$   $\epsilon$ -распознает  $f$  по фрагменту  $\varphi$ .

Алгоритм  $A$  называется асимптотически правильным, если, начиная с некоторого  $n_0$ , для всех  $n > n_0$  и для любой пороговой функции  $f(x_1, \dots, x_n)$  в переменных, алгоритм  $A$   $\epsilon(n)$ -распознает  $f$ , причем  $\epsilon(n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .



**Утверждение 3.** *Линейные приближения алгоритма голосования являются асимптотически правильными линейными алгоритмами.*

По-видимому, требование асимптотической правильности является естественным для линейных алгоритмов. Если алгоритм асимптотически правильный, то нам гарантировано "почти" безошибочное распознавание любой пороговой функции при условии подходящего материала обучения, есть при хорошей работе экспертов, которые оценивали материалы обучения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чегис И.А., Яблонский С.В. Логические способы контроля электрических схем. Труды Математического института им. В.А. Стеклова, АН СССР. — 1958. — Т. 1.
2. Дмитриев А.Н., Журавлев Ю.И., Кренделев Ф.П. О математических принципах классификации предметов и явлений // Дискретный анализ. — ИМ СО АН СССР. 1980. — Вып. 7.
3. Константинов Р.М., Королева З.Е., Кудрявцев В.Б. Комбинаторно-логический подход к задачам прогноза рудоносности // Сб. "Проблемы кибернетики". — М.: Наука. 1976. — Вып. 31.
4. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации // Сб. "Проблемы кибернетики". — М.: Наука. 1978. — Вып. 31.
5. Алешин С.В. Метризация дискретных процедур распознавания. Труды семинара по дискретной математике и ее приложениям. — Издательство МГУ. 1989.
6. Андреев А.Е. Некоторые вопросы тестового распознавания образов // ДАН СССР. — 1980. — Т. 255, № 4.
7. Кибкало А.Б. Об алгоритмах распознавания образов, использующих короткие тесты // Вестник МГУ, математика, механика. — 1988.

## Принципы построения интеллектуальных сетей связи

В.Г. Лазарев, Е.И. Пийль

Рассматривается концепция интеллектуальных сетей (ИС), позволяющая объединить различные типы сетей в единую сеть с интеграцией обслуживания. Концепция использует понятие функциональных компонент и наличие ряда систем, которые описываются в статье. Приведена архитектура ИС.

В конце 70-х годов наряду с телефонными сетями широкое распространение получили сети ЭВМ, телетекста, видеотекста и др. Это объясняется тем, что темпы роста передачи данных и документальной информации стали существенно превышать темпы роста нагрузки в телефонных сетях. Если в конце 80-х годов рост телефонной нагрузки в мире составил около 4%, то объем передаваемых данных и документальной информации ежегодно увеличивается более, чем на 25%. Это связано с непрерывным расширением сферы информационных услуг как по объему, так и по видам. Так в 1987 году в США на информационную сферу приходилось 83% трудовых ресурсов страны, а к 2000 году ожидается увеличение до 90%. При этом непрерывно растет доход от деятельности в информационной сфере. По данным директора Международного консультативного комитета по телеграфии и телефонии (МККГТ) др. Ирмера в 1986 году в США доход от информационной сферы составил 46%, и наблюдается тенденция его роста. По данным председателя Программного комитета международной конференции по цифровым сетям интегрального обслуживания (ПСИО) в Европе проф. Арибака [1] объем мирового рынка в области информационной (информационная технология, электросвязь, телевидение и др.) в середине 80-х годов составил около 700 млрд. экю, из которых значительная часть (300 млрд. экю) приходилась на электросвязь, причем примерно 300 млрд. экю из них составил рынок услуг, предоставляемых различными видами электросвязи. Следует отметить, что в последнее десятилетие для удовлетворения потребностей абонентов приходится вводить все новые услуги и периодически осуществлять их изменение.

В связи с этим очевидна целесообразность объединения различных типов сетей в единую сеть с интеграцией обслуживания при использовании новых видов вводимых предоставляемых электросвязью услуг и изменения их структуры. Эти идеи и послужили основой концепции интеллектуальных сетей (ИС), которая начала разрабатываться в конце 80-х годов.