

Тестирование схем Кардо малого числа переменных

А. А. Вороненко, Е. С. Малахова
(МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва)

Данная статья посвящена условному тестированию схемы Кардо для трех и четырех переменных. Установлено, что для схемы Кардо четырех переменных минимальный полный диагностический условный тест имеет длину 14, а для схемы Кардо трех переменных — 8.

Ключевые слова: схема Кардо, тест, тестирование, длина теста, условный диагностический тест.

Актуальной является проблема контроля управляющих схем. Для разрешения проблем контроля схемы необходимо проводить тестирование. Тестовый подход был сформирован в начале 50-х годов в работах в работах С. В. Яблонского и И. А. Чегис [1] и [2]. В том числе, они доказали, что для схемы Кардо существует единичный тест длины $3n - 2$. В работе Н. П. Редькина [3] доказывается, в частности, что минимальный полный проверяющий тест для схемы Кардо при наличии в ней неисправностей в виде обрывов и замыканий контактов состоит не более чем из $4n - 4$ наборов. В статье Р. Н. Тонояна [4] показано, что минимальный единичный диагностический тест замыкания с точностью до аддитивной константы имеет длину $\log_2 n$, а минимальный единичный диагностический тест размыкания для схемы Кардо не превосходит по длине $2 \log_2 n$ (с точностью до аддитивной константы). Позднее С. М. Вартачаном (1987) [5] и Д. С. Романовым (2000) [6] в кандидатских диссертациях, в частности, были получены новые нижняя и верхняя (соответственно) нетривиальные логарифмические оценки длины минимального единичного диагностического теста размыкания в схеме Кардо.

Тестирование схемы обычно осуществляется путем подачи на входы схемы наборов входных значений и анализа значений, полученных на выходах схемы. Множество входных наборов, анализ выходных значений схемы для которых позволяет установить факт исправности или неисправности схемы или диагностировать неисправности, называется

тестом. Тесты, которые позволяют установить факт исправности или неисправности схемы, называются *проверяющими*, тесты, диагностирующие неисправности — *диагностическими*. Если источник неисправностей способен повредить в схеме не более одного элемента, о соответствующих тестах говорят, что они *единичные*. Если же источник неисправностей способен повреждать в схеме любые элементы, тесты для него называются *полными*. По тому, зависит ли вид подаваемых на входы схемы наборов от полученных на предыдущих шагах выходных значений, или нет, тесты делятся на *условные* и *безусловные*. Число наборов теста называется *длиной теста*. Тесты минимальной длины называются *минимальными*. Множество входных наборов схемы называется *тупиковым тестом*, если оно является тестом, но при удалении любого набора из данного множества, перестает им являться.

В практической области время выполнения теста может быть охарактеризовано его длиной. Полные условные диагностические тесты являются трудноизучаемым объектом. В то же время представляет интерес задача поиска минимальных полных диагностических тестов и анализ их эффективности по сравнению с безусловными. Трудоемкий процесс тестирования схем требует автоматизации, при этом важно организовать этот процесс наиболее эффективным образом. Поэтому данная задача является актуальной.

Данная статья посвящена условному тестированию схемы Кардо малого числа переменных, в частности, тестированию схем Кардо для $n = 3$ и $n = 4$ переменных. В работе [7] было доказано, что длина безусловного минимального диагностического теста равна 2^n . Ранее в работе [8] было показано, что для схемы Кардо 4-х переменных существует полный диагностический условный тест длины 15. Данный результат был улучшен, а также было показано, что для схемы Кардо 3-х переменных не существует полного условного диагностического теста меньшей длины, чем длина безусловного минимального диагностического теста.

Схема Кардо является минимальной в классе контактных схем, реализующих линейную функцию $x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_n$ (счетчик четности). Ниже представлена ее структура.

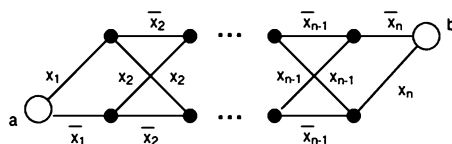


Рис. 1. Общая структура схемы Кардо.

В схеме каждый контакт может находиться в одном из трех состояний: замыкания, размыкания и нормального функционирования. Первым этапом был подсчет количества различных функций, соответствующих различным комбинациям состояний контактов в схеме. Это было реализовано с помощью написанной программы. Для схемы Кардо 4-х переменных было получено 3163 различных функций, для схемы Кардо 3-х переменных — 116. Следующим этапом был непосредственный поиск минимального условного теста с помощью градиентного алгоритма, который можно представить с помощью бинарного дерева.

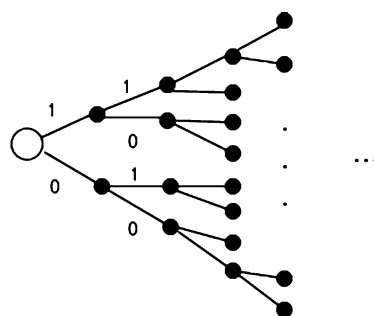


Рис. 2. Бинарное дерево алгоритма.

Корень дерева — общее число ранее полученных функций (соответственно для 3-х и 4-х переменных). Принцип работы алгоритма заключается в том, что для каждого узла дерева предъявляется набор, на котором разность количества функций, равных 1 и 0 на этом наборе, минимальна (таких наборов может быть несколько, выбирается один из них), и затем общее число функций делится на 2 множества соответственно (первое множество образуют функции, равные 1 на данном наборе, второе — функции, равные на данном наборе 0). Затем данный процесс продолжается рекурсивно для полученных множеств, до тех пор пока каждое множество будет содержать 1 функцию (в терминах бинарного дерева — в каждом листе будет находиться ровно 1 функция.) При этом наборы на каждом пути от корня дерева в лист не могут повторяться. Результатом работы алгоритма является минимальный уровень хотя бы в одном из деревьев (корень — 0 уровень), на котором в каждом узле дерева будет не более одной функции (то есть выполнится полное деление). Номер полученного уровня будет соответствовать длине минимального условного диагностического теста. Для реализации поставленной задачи была написана программа, которая осуществляет перебор всех таких деревьев и нахождение минимального уровня. Было показано, что для схемы Кардо

4-х переменных существуют деревья, для которых полное деление осуществляется на 14 уровне. Далее с помощью переборного алгоритма было показано, что не существует деревьев, для которых полное деление осуществляется на 13 уровне. Это обосновывается тем, что в каждом дереве на 12 уровне есть лист с 3 функциями при наличии деревьев с не более чем 4 функциями на 11 уровне, что делает невозможным полное деление на 13 уровне. С полным текстом программы и ее результатами можно ознакомиться по ссылке: https://github.com/elena777mc/kardo_schema.

В результате было показано, что существует условный тест длины 14 для схемы Кардо 4-х переменных (предъявлено конкретное дерево). Также было доказано, что минимальный условный тест для схемы Кардо 3-х переменных имеет длину 8.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 15-01-7474а).

Список литературы

- [1] Cardot C. Quelques résultats sur l'application de l'algèbre de Boole à la synthèse des circuits à relais // Annales des Telecommunications. — 1952. — V. 7, N 2. — P. 75–84.
- [2] Яблонский С. В., Чегис И. А. О тестах для электрических схем // Успехи мат. наук. — 1955. — Т. 10. Вып. 4 (66). — С. 182–184.
- [3] Редькин Н. П. О полных проверяющих тестах для контактных схем // Методы дискретного анализа в исследовании экстремальных структур. — Вып. 39. — Новосибирск: Изд-во ИМ СО АН СССР, 1983. — С. 80–87.
- [4] Тоноян Р. Н. О единичных тестах для контактных схем, реализующих линейные функции // Изв. АН Арм. ССР. — Т. VI. N 1. — 1971. — С. 61–66.
- [5] Вартамян С. М. Единичные диагностические тесты для последовательных блочных схем. Дисс. на соиск. уч. ст. к.ф.-м.н. — М., 1987.
- [6] Романов Д. С. Построение тестов и оценка их параметров для некоторых классов контактных схем. Дисс. на соиск. уч. ст. к.ф.-м.н. — М., 2000.
- [7] Мадатян Х. А. Полный тест для неповторных контактных схем // Проблемы кибернетики. — Вып. 23. — М.: Наука, 1970. — С. 103–118.
- [8] Кибза Б. В. Условное тестирование схемы Кардо. Дипломная работа. — 2014.