Сравнительный анализ качества вероятностных и возможностных моделей измерительно-вычислительных преобразователей

Д. А. Балакин, Т. В. Матвеева,
Ю. П. Пытьев, О. В. Фаломкина

Рассмотрены компьютерное моделирование вероятностных и возможностных моделей измерительно-вычислительных преобразователей (ИВП) на основе двух вариантов теории возможностей и зависимости качества ИВП как средства измерений от качества измерительного преобразователя. Проведено сравнение качества ИВП для вероятностной и возможностных моделей измерения, а также решена задача редукции измерения для модели измерения, описываемой вторым вариантом теории возможностей.

Ключевые слова: измерительно-вычислительные системы, редукция, качество датчика, второй вариант теории возможностей.

Введение

Рассмотрим характерную для экспериментальных исследований схему измерительного эксперимента «измеряемый объект — среда — измерительный преобразователь (ИП) — вычислительный преобразователь (ВП)» [1]. Выделим в ней систему «измеряемый объект — среда — ИП», которую назовем системой I, и выполняющий *функции средства измерений* измерительно-вычислительный преобразователь (ИВП), включающий ИП и ВП; ИП является преобразователем специфического для измерений воздействия — радиационного, теплового, механического или какого-либо другого [2] — в электрический сигнал. В ВП электрический сигнал подвергается преобразованию, которое должно извлечь из него все то, что интересует исследователя, и облечь это в форму, удобную как для предметной интерпретации, так и для диалога исследователя с ИВП.

В результате взаимодействия измеряемого объекта, среды и ИП в системе I на входе ИП формируется (измеряемый) сигнал f, несущий информацию об измеряемом объекте и среде. ИП преобразует f в электрический сигнал ξ (*результат измерения*) по схеме

$$\xi = Af + \nu, \tag{1}$$

где A — оператор, моделирующий физические процессы в ИП, *взаимодействующем с измеряемым объектом и со средой*, определяющие преобразование воздействия f в электрический сигнал Af, ν — погрешность преобразования, шум.

На уровне системы I *все процессы контролируются физическими законами* со свойственными им хорошо известными ограничениями и запретами: термодинамическими, дифракционными, квантовыми и т. п., на уровне ВП решающую роль играют *математические свойства используемой физической модели и алгоритма решения задачи предметной интерпретации измерений.* Последний, как правило, призван извлечь из ξ и из другой доступной информации о системе I как можно более точные значения представляющих интерес характеристик объекта, причем — не *измеряемого*, характеристики которого искажены, а *исследуемого*, не искаженного измерением в виртуальной системе II «исследуемый объект — среда», обозначим их η.

Для решения задачи интерпретации измерений необходима *математическая модель*, связывающая физические процессы в системах I и II и позволяющая (при определенных условиях) выразить важные для модельера-исследователя (м.-и.) характеристики η исследуемого объекта в системе II через измеряемый в (1) сигнал f с учетом дополнительной (априорной) информации о системе I.

Назовем *моделью (схемы) измерения математическую модель* ИП, взаимодействующего с измеряемым объектом и со средой, связывающую его входной f и выходной ξ сигналы, и дополнительную информацию о системе I.

Моделью интерпретации входного сигнала ИП назовем *математическую модель*, связывающую сигнал f, сформированный в системе I, и характеристики η исследуемого объекта в системе II. Модель измерения, связывающая ξ и f, и модель интерпретации входного сигнала ИП, связывающая f и η, позволяют получить *модель интерпретации измерения*, связывающую ξ и η. Наконец, *математическую модель*, связывающую значения ξ, f и η, назовем *моделью измерительного эксперимента* (м.и.э.), средством измерения в котором является ИВП.

Пусть, например, модель интерпретации задана равенством $\eta = Uf$, в котором оператор U определяет *математическую модель идеального* ИП, взаимодействующего с *измеряемым* объектом и со средой точно так же, как ИП в системе I [1, 3]. Поэтому на входе U — сигнал f, но на его выходе — характеристики η *исследуемого* объекта в системе II.

Как правило, такой ИП не может быть реализован «в железе», поскольку его действие, вообще говоря, противоречит физическим законам, но при некоторых условиях он может быть *синтезирован* ИВП, его выходной сигнал может быть «вычислен» ВП, назначение которого — *моделировать процессы, свойственные виртуальной системе* II, *на основе измерений, выполняемых в реальной системе* I, *и дополнительной информации.*

Подчеркнем, что в общем случае идеальный ИП U и ИП в ИВП суть средства измерения разного назначения.

Согласно точке зрения на математическое моделирование как на *информационную технологию получения новых знаний* [4, 5], прямое моделирование, как источник новых знаний, позволяет уточнить математическую модель ИП, взаимодействующего с измеряемым объектом и со средой, прогнозировать результаты измерительных экспериментов, в том числе «виртуальных», когда их «техническая» постановка невозможна, и т. д. Обратное моделирование — источник новых знаний о недоступных для измерения характеристиках исследуемого объекта, извлекаемых из результата измерительного же эксперимента; как правило, именно с этой целью ставится измерительный эксперимент, средством измерения в котором является ИВП.

1. Решение задачи редукции для вероятностных и возможностных моделей измерения

Условимся считать в дальнейшем $A : \mathcal{F} \to \mathcal{X}$, $U : \mathcal{F} \to \mathcal{U}$ и отображение $R(\cdot) : \mathcal{X} \to \mathcal{U}$, называемое далее оценивающим правилом.

В работе исследованы следующие модели ИП(как модели схемы измерения (1)) и ИВП.

1) Если f — произвольный вектор, принадлежащий евклидову пространству $\mathcal{F}$, ν — случайный вектор, принимающий значения в евклидовом пространстве $\mathcal{X}$, имеющий математическое ожидание $\mathbf{E}\nu = 0$ и известный корреляционный оператор Σ_ν: $\forall\, x \in \mathcal{X}\ \ \Sigma_\nu x = \mathbf{E}\nu(x, \nu)$, то ошибка интерпретации [1] $R(\xi)$ как оценки Uf есть $\sup\limits_{f\in\mathcal{F}} \mathbf{E}\|R(\xi) - Uf\|^2$, и ошибка минимальна и равна $\mathrm{tr}(U(A^*\Sigma_\nu^{-1}A)^-U^*)$ при[1] $R_*(\xi) = U(\Sigma_\nu^{-1/2}A)^-\Sigma_\nu^{-1/2}\xi$, если $U(I - A^-A) = 0$, и равна бесконечности, если это условие не выполнено.
2) Если φ и ν — независимые случайные векторы, принимающие значения в евклидовых пространствах $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$, соответственно, имеющие математические ожидания $\mathbf{E}f = 0$, $\mathbf{E}\nu = 0$, и известные корреляционные операторы F: $\forall f \in \mathcal{F}\ Ff = \mathbf{E}\varphi(f, \varphi)$, Σ_ν: $\forall x \in \mathcal{X}\ \ \Sigma_\nu x = \mathbf{E}\nu(x, \nu)$, f — измеряемый сигнал (реализация φ), то ошибка интерпретации [1] $R(\xi)$ как оценки $U\varphi$ есть $\mathbf{E}\|R(\xi) - U\varphi\|^2$, и ошибка минимальна и в случае невырожденных F и Σ_ν равна $\mathrm{tr}(U(A^*\Sigma_\nu^{-1}A + F^{-1})^{-1}U^*)$ при $R_*(\xi) = UFA^*(AFA^* + \Sigma_\nu)^{-1}\xi$.
3) Пусть φ и ν — нечеткие (в смысле первого или второго вариантов теории возможностей [4]) элементы, принимающие значения в евклидовых пространствах $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$ соответственно и имеющие распределения необходимостей соответственно $\widetilde{h}^\varphi(f) = 0, f \in \mathcal{F}$ и $\widetilde{h}^\nu(y) = b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2), y \in \mathcal{X}$, где $\Sigma_\nu : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ — положительно определенный оператор, $b(\cdot) : [0, \infty] \to [0, 1]$ — непрерывная строго монотонно возрастающая функция, $b(0) = 0$, f — измеряемый сигнал (реализация φ), необходимость потерь $\mathrm{nl}(Uf, v)$ при оценивании Uf значением v такова, что $\mathrm{nl}(Uf, v) = 0$ при

[1] Здесь и далее $^-$ — операция псевдообращения.

$Uf = v$ и $\mathrm{nl}(Uf, v) > 0$ при $Uf \neq v$. Тогда необходимость потерь при использовании оценивающего правила $R(\cdot)$ есть [4] $\mathrm{NL}(R(\cdot)) = \inf\limits_{x\in\mathcal{X}, f\in\mathcal{F}} \max(\widetilde{h}^{\nu}(x - Af), \mathrm{nl}(Uf, R(x)))$ ($\mathrm{NL}(R(\cdot)) = \inf\limits_{x\in\mathcal{X}, f\in\mathcal{F}}(1-(1-\widetilde{h}^{\nu}(x-Af))(1-\mathrm{nl}(Uf, R(x)))$ для второго варианта теории возможностей). Оптимальное оценивающее правило, минимизирующее необходимость потерь, есть $R_*(\cdot) : R_*(\xi) = U(\Sigma_\nu^{-1/2}A)^{-}\Sigma_\nu^{-1/2}\xi + Ua(\xi), x \in \mathcal{X}$, где $a(\cdot) : \mathcal{X} \to \mathcal{N}(A)$ — произвольная функция. $\mathrm{NL}(R_*(\cdot)) = 0$.

4) Пусть φ и ν — независимые нечеткие (в смысле первого варианта теории возможностей) элементы, принимающие значения в евклидовых пространствах $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$ соответственно и имеющие распределения необходимостей соответственно $\widetilde{h}^{\varphi}(f) = b(\|F^{-1/2}f\|^2)$ и $\widetilde{h}^{\nu}(y) = b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2), y \in \mathcal{X}$, где $F : \mathcal{F} \to \mathcal{F}, \Sigma_\nu : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ — положительно определенные операторы, $b(\cdot) : [0, \infty] \to [0, 1]$ — строго монотонно возрастающая, непрерывно дифференцируемая функция, $b(0) = 0$ (совместное распределение необходимостей значений φ и ν есть $\widetilde{h}^{\varphi,\nu}(f, y) = \max(b(\|F^{-1/2}f\|^2), b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2)))$, f — измеряемый сигнал (реализация φ), необходимость потерь $\mathrm{nl}(Uf, v)$ при оценивании Uf значением v такова, что $\mathrm{nl}(Uf, v) = 0$ при $Uf = v$ и $\mathrm{nl}(Uf, v) > 0$ при $Uf \neq v$. Тогда необходимость потерь при использовании оценивающего правила $R(\cdot)$ есть [4] $\mathrm{NL}(R(\cdot)) = \inf\limits_{x\in\mathcal{X}, f\in\mathcal{F}} \max(b(\|F^{-1/2}f\|^2), b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2), \mathrm{nl}(Uf, R(x)))$, оптимальное оценивающее правило, минимизирующее необходимость потерь, есть [4]:
   - $R_*(\cdot) : R_*(x) = UFA^*(AFA^* + \omega(x)\Sigma_\nu)^{-1}x, x \in \mathcal{X}$, где $\omega(x)$ — корень уравнения $\omega^2\|(\Sigma_\nu^{-1/2}AFA^*\Sigma_\nu^{-1/2} + \omega I)^{-1}\Sigma_\nu^{-1}x\|^2 = \|F^{1/2}A^*\Sigma_\nu^{-1/2}(\Sigma_\nu^{-1/2}AFA^*\Sigma_\nu^{-1/2} + \omega I)^{-1}\Sigma_\nu^{-1}x\|^2$, если $\delta(x) = \|(I - \Sigma_\nu^{-1/2}A(\Sigma_\nu^{-1/2}A)^{-})\Sigma_\nu^{-1/2}x\|^2 - \|(\Sigma_\nu^{-1/2}AF^{1/2})^{-}\Sigma_\nu^{-1/2}x\|^2 < 0$,
   - $R_*(\cdot) : R_*(x) = UF^{1/2}(\Sigma_\nu^{-1/2}AF^{1/2})^{-}\Sigma_\nu^{-1/2}x$, если $\delta(x) = 0$,
   - $R_*(\cdot) : R_*(x) = UF^{1/2}(\Sigma_\nu^{-1/2}AF^{1/2})^{-}\Sigma_\nu^{-1/2}x + Ua(x)$, где $a(x) : \mathcal{X} \to \mathcal{N}(A)$ — произвольная функция, удовлетворяющая условию $\| F^{1/2}\, a(x) \|^2 < \delta(x)$, если $\delta(x) > 0$,

причем $\mathrm{NL}(R_*(\cdot)) = 0$.

Теорема 1. *Пусть φ и ν — независимые нечеткие (в смысле второго варианта теории возможностей) элементы, принимающие значения в евклидовых пространствах $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$ соответственно и имеющие распределения необходимостей соответственно $\widetilde{h}^{\varphi}(f) = b(\|F^{-1/2}f\|^2)$, $f \in \mathcal{F}$, и $\widetilde{h}^{\nu}(y) = b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2), y \in \mathcal{X}$, где $F : \mathcal{F} \to \mathcal{F}$, $\Sigma_\nu : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ — положительно определенные операторы, $b(\cdot) : [0,\infty] \to [0,1]$ — строго монотонно возрастающая, непрерывно дифференцируемая функция, $b(0) = 0$ (совместное распределение необходимостей значений φ и ν есть $\widetilde{h}^{\varphi,\nu}(f,y) = 1 - (1 - b(\|F^{-1/2}f\|^2))(1 - b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}y\|^2))$), f — измеряемый сигнал (реализация φ), необходимость потерь $\mathrm{nl}(Uf, v)$ при оценивании Uf значением v такова, что $\mathrm{nl}(Uf,v) = 0$ при $Uf = v$ и $\mathrm{nl}(Uf,v) > 0$ при $Uf \neq v$. Тогда необходимость потерь при использовании оценивающего правила $R(\cdot)$ есть $\mathrm{NL}(R(\cdot)) = \inf\limits_{x\in\mathcal{X}, f\in\mathcal{F}}(1-(1-\widetilde{h}^{\varphi,\nu}(f,x-Af))(1-\mathrm{nl}(Uf,R(x)))$. Оптимальное оценивающее правило, минимизирующее необходимость потерь, есть*

$$R_*(\cdot) : R_*(x) = U(A^*\Sigma_\nu^{-1}A + \omega(x)F^{-1})^{-1}A^*\Sigma_\nu^{-1}x,$$

где $\omega(x)$ — решение задачи

$$(1 - b(\|F^{-1/2}(A^*\Sigma_\nu^{-1}A + \omega F^{-1})^{-1}A^*\Sigma_\nu^{-1}x\|^2))(1- \\ - b(\|\Sigma_\nu^{-1/2}(I - A(A^*\Sigma_\nu^{-1}A + \omega F^{-1})^{-1}A^*\Sigma_\nu^{-1})x\|^2)) \sim \max_{\omega\geqslant 0}, \quad (2)$$

причем $\mathrm{NL}(R_*(\cdot)) = 0$.

2. Измерительно-вычислительный преобразователь первого порядка

Измерительный преобразователем первого порядка называется такой измерительный преобразователь [6], что математическое ожидание $u(t)$ сигнала на его выходе в каждый момент времени $t \in [0,T]$ определяется как решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка

$$\begin{cases} (Du)(t) \overset{\mathrm{def}}{=} \alpha T\dot{u}(t) + \beta u(t) = f(t), t \in (0,T], \\ u(0) = 0, \end{cases}$$

где $f(t)$ — значение измеряемой величины в момент времени t, α, β — технологические параметры ИП. Сигнал на выходе ИП $\xi(\cdot)$ имеет вид $\xi(\cdot) = (Af)(\cdot) + \nu(\cdot)$, где $A = D^{-1}$ — линейный оператор, моделирующий измерительный прибор, $u(\cdot) = (Af)(\cdot)$, $\nu(\cdot)$ — случайный шум, имеющий математическое ожидание $\mathbf{E}\nu(t) = 0$, $t \in [0, T]$, и известный корреляционный оператор Σ_ν: $\forall x(\cdot) \in \mathcal{L}^2[0,T]^2$ $\Sigma_\nu x = \mathbf{E}\nu(x, \nu)$. Таким образом, моделью ИП является пара операторов $[A, \Sigma_\nu]$. Измерительно-вычислительный преобразователь, измерительной компонентой которого является ИП первого порядка, называется ИВП первого порядка.

Как известно, лучшее[3] приближение линейного оператора A линейным оператором A_n конечного ранга n есть такой линейный оператор, сингулярные векторы и первые n по убыванию сингулярных числа которого совпадают с сингулярными векторами и сингулярными числами оператора A, а остальные сингулярные числа равны 0, поэтому в вычислительном эксперименте для уменьшения погрешностей, связанных с аппроксимацией оператора A, было выбрано такое приближение. Сингулярные числа оператора A, упорядоченные по убыванию, суть $\delta_j^{-1} = 1/\sqrt{\beta^2 + \alpha^2 a_j^2}, j = 1, 2, \ldots$, где a_j — положительный j-й по возрастанию корень уравнения $\alpha a \cos a + \beta \sin a = 0$, соответствующие им правые сингулярные векторы — $e_j(\cdot) : e_j(t) = q_j \sin(a_j(1 - t/T))$, левые сингулярные векторы — $\widetilde{e_j}(\cdot) : \widetilde{e_j}(t) = (-1)^{j+1} q_j \sin(a_j t/T)$, где $q_j = (\frac{T}{2} + \frac{\alpha\beta T}{2\delta_j^2})^{-\frac{1}{2}}$. В рассмотренном далее случае редукции при наличии априорной информации о входном сигнале и вероятностной модели измерения на ИП $[A, \sigma^2 I, \lambda^2 I]$ правые сингулярные векторы оператора A суть векторы собственного базиса этого ИП — собственные векторы оператора $A^*\Sigma_\nu^{-1}A + F^{-1} = \sigma^{-2}A^*A + \lambda^{-2}I$, соответствующие им собственные значения суть $\sigma^{-2}\delta_j^{-2} + \lambda^{-2}$.

[2] $\mathcal{L}^2[0,T]$ — лебеговский класс измеримых на $[0,T]$ функций, квадрат которых интегрируем на $[0,T]$.

[3] По спектральной норме $\|\cdot\|_s : \|B\|_s = \sup\limits_{\|z\|=1} \|Bz\|$, где $\|\cdot\|$ — евклидова норма, и по норме Гильберта-Шмидта разности операторов.

3. Сравнительный анализ качеств вероятностной и возможностных моделей редукции измерений

В силу того, что при выполнении условия $U(I - A^- A) = 0$ результаты возможностной и вероятностной редукции для максимально согласованных моделей при отсутствии априорной информации о входном сигнале совпадают, множества значений параметров ИП (α, β), при которых среднеквадратичные погрешности не превышают заданную величину, также одинаковы [7]. Аналитическое исследование зависимости от (α, β) погрешности редукции при наличии априорной информации о φ затруднено нелинейностью оператора редукции для первого и второго вариантов теории возможностей, но результаты численного эксперимента показывают, что и при наличии априорной информации эти множества практически совпадают.

3.1. Схема проведения вычислительного эксперимента

Численный метод подсчета оценки качества ИВП — с.к. погрешности оценки $\widehat{u}$ возможностной или вероятностной редукции вектора $U\varphi$, реализуемой ИВП первого порядка, основан на получении достаточно большого числа реализаций векторов φ и ν в серии из достаточно большого числа M независимых вычислительных экспериментов (моделировании Монте-Карло).

Для каждого варианта значений параметров ИП (α, β), принадлежащего сетке $\{(\alpha, \beta)_i\}_{i=1,\dots,N}$ M раз проводились:

1) Формирование входного сигнала f_{ij} и шума y_{ij} (здесь и далее индекс i определяет вариант значений параметров ИП, $i = 1, \dots, N$, индекс j — номер итерации, $j = 1, \dots, M$) как реализаций случайных элементов φ и ν, принимающих значения в некоторых конечномерных подпространствах $\mathcal{F}$ и $\mathcal{X}$ пространства $\mathcal{L}^2[0, 1]$.
2) Расчет значения сигнала на выходе ИП $x_{ij} = A_{(\alpha,\beta)_i} f_{ij} + y_{ij}$ при подаче на его вход сигнала f_{ij} и реализации шума y_{ij}, полученных в п.1, и значения оцениваемой величины $u_{ij} = U f_{ij}$.

3) Вычисление оценки $\widehat{u}_{ij}^{p}$ методом возможностной редукции (при этом случайные элементы интерпретировались как независимые нечеткие, маргинальные распределения возможностей которых максимально согласованы [4] с маргинальными распределениями вероятностей) для первого и второго варианта теории возможностей и оценки $\widehat{u}_{ij}^{pr}$ методом вероятностной редукции по результату измерения x_{ij}.

Оценки с.к. погрешности при значении параметров ИП $(\alpha,\beta)_i$ далее получались усреднением квадрата евклидовой нормы отклонения оценки: $\widehat{h}_i^{p1} = \frac{1}{M}\sum\limits_{j=1}^{M}\|u_{ij} - \widehat{u}_{ij}^{p1}\|^2$, $\widehat{h}_i^{p2} = \frac{1}{M}\sum\limits_{j=1}^{M}\|u_{ij} - \widehat{u}_{ij}^{p2}\|^2$, $\widehat{h}_i^{pr} = \frac{1}{M}\sum\limits_{j=1}^{M}\|u_{ij} - \widehat{u}_{ij}^{pr}\|^2$.

3.2. Результаты

Для численного моделирования использовались $F = \lambda^2 I$, $\lambda = 10$, $\Sigma_\nu = \sigma^2 I$, $\sigma = 1$, $N = 1680$ ($\{(\alpha,\beta)_i\}_{i=1,\ldots,N} \subset [-2,2]^2$), $M = 5000$, U — ортогональный проектор на линейную оболочку функции $g(\cdot) : g(t) = \sin\frac{\pi}{2}(1-t)$ как вектора в $\mathcal{L}^2[0,1]$, $t \in [0,1]$. В качестве $\mathcal{F}$ использовалась линейная оболочка первых 10 левых сингулярных векторов, в качестве $\mathcal{X}$ — линейная оболочка первых 10 правых сингулярных векторов оператора A, упорядоченных по убыванию соответствующих им сингулярных чисел, таким образом, не возникли искажения, связанные с аппроксимацией оператора A. Совместное распределение случайных векторов φ и ν равномерно на $\{(f,y) : f \in \mathbb{R}^{10}, y \in \mathbb{R}^{10}, \|f\| \leqslant \sqrt{12}\lambda, \|y\| \leqslant \sqrt{12}\sigma\}$.

Результаты численного моделирования показаны на рис. 1 (возможностная модель, описываемая первым вариантом теории возможностей), 2 (возможностная модель, описываемая вторым вариантом теории возможностей) и 3 (вероятностная модель). Особенность вдоль линии $\alpha = -\beta$ связан с отсутствием непрерывности сингулярных чисел оператора $A_{(\alpha,\beta)}$ при таких значениях (α,β). Увеличение с.к. погрешности при $\alpha = 0$ связано с неустойчивостью вычисления $\omega(x)$ при $\alpha = 0$. На рис. 4 показана аналитическая зависимость погрешности вероятностной редукции от параметров ИП.

Как видно из результатов вычислительного эксперимента, области значений параметров ИП (α,β), для которых среднеквадратичная погрешность оценивания является постоянной, являются практически одинаковыми для возможностной и вероятностной редукции.

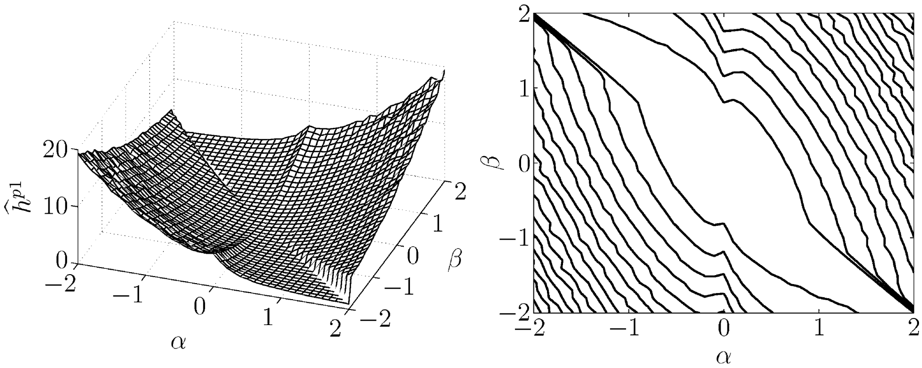

Рис. 1. Статистическая оценка $\widehat{h}^{p1} = \widehat{h}^{p1}(\alpha,\beta)$ зависимости с.к. погрешности возможностной редукции (первый вариант) от параметров ИП α и β (слева) и ее линии уровня (справа).

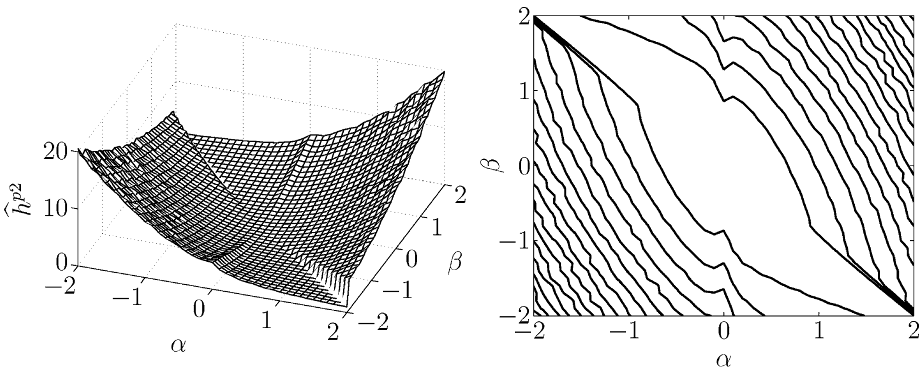

Рис. 2. Статистическая оценка $\widehat{h}^{p2} = \widehat{h}^{p2}(\alpha,\beta)$ зависимости с.к. погрешности возможностной (второй вариант) редукции от параметров ИП α и β (слева) и ее линии уровня (справа).

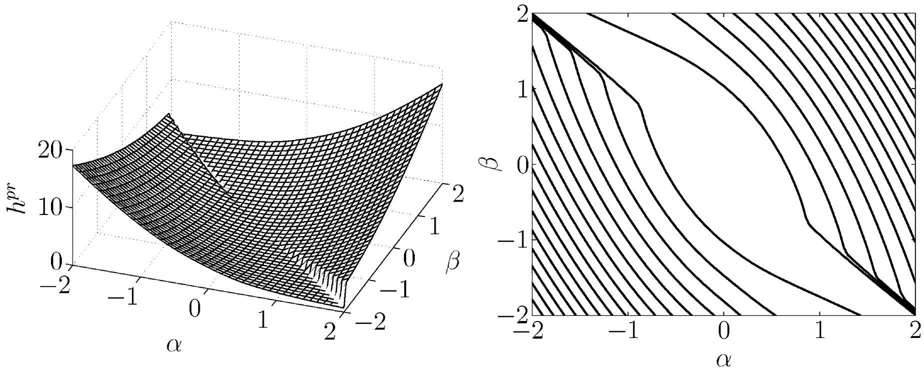

Рис. 3. Статистическая оценка $\widehat{h}^{pr} = \widehat{h}^{pr}(\alpha, \beta)$ зависимости с.к. погрешности вероятностной редукции от параметров ИП α и β (слева) и ее линии уровня (справа).

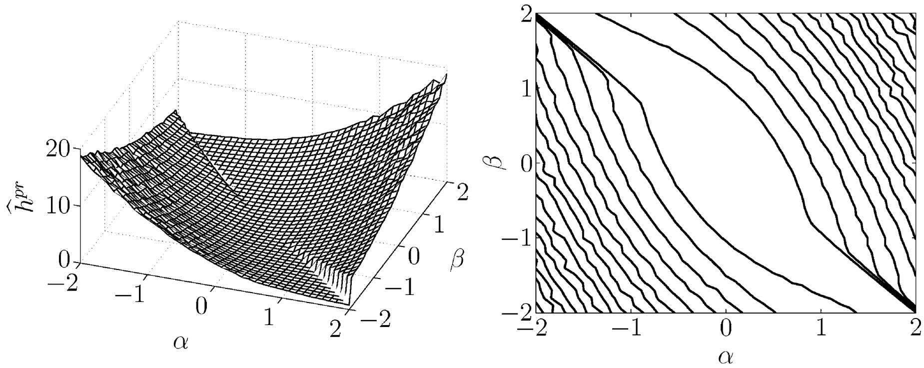

Рис. 4. Зависимость с.к. погрешности $h^{pr} = h^{pr}(\alpha, \beta)$ вероятностной редукции от параметров ИП α и β (слева) и ее линии уровня (справа).

4. Выводы

Таким образом, как при отсутствии априорной информации о свойствах измеряемого объекта, так и при ее наличии, несмотря на нелинейность оценки возможностной редукции в этом случае, характер зависимости среднеквадратичной погрешности оценки для возможностных моделей измерения от параметров ИП такой же, как и для вероятностной модели измерения при максимальной согласованности моделей измерения, хотя качество возможностной модели вообще говоря не выше, чем качество вероятностной (так как возможностные модели минимизируют необходимость ошибки). Соответственно, такими же остаются и рекомендации о предпочтительных значениях параметров ИП при выборе ИП. Более того, это значит, что вероятностная модель может эволюционировать в процессе измерений (при условии сохранения максимальной согласованности с возможностной), но оценка возможностной редукции и (относительное) качество ИВП при этом останется прежним.

Список литературы

[1] Пытьев Ю. П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. — 3 изд. — М.: Физматлит, 2012.

[2] Азизов А. М., Гордов А. Н. Точность измерительных преобразователей. — Л.: Энергия, 1967.

[3] Пытьев Ю. П. Измерительно-вычислительный преобразователь как средство измерения // Автоматика и телемеханика. — 2010. № 2. — С. 141–158.

[4] Пытьев Ю. П. Возможность как альтернатива вероятности. — 2 изд. — М.: Физматлит, 2013.

[5] Пытьев Ю. Математическое моделирование неполноты знания модели объекта исследования // ММРО-15. Доклады 15-й Всероссийской конференции. — М.: МАКС ПРЕСС, 2011. —– С. 9–12.

[6] Балакин Д. А., Волков Б. И., Еленина Т. Г., Кузнецов А. С., Пытьев Ю. П. Математическое моделирование субъективных суждений в теории измерительно-вычислительных систем // Интеллектуальные системы. — 2014. Т. 18, вып. 2. — С. 33-78.

[7] Артемов А. В., Макеев И. В., Пытьев Ю. П., Фаломкина О. В. Вероятностные и возможностные измерительно-вычислительные преобразователи как средства измерений: сравнительный анализ качества // Доклады 15-й Всероссийской конференции ММРО-15. — 2011. — С. 13–16.